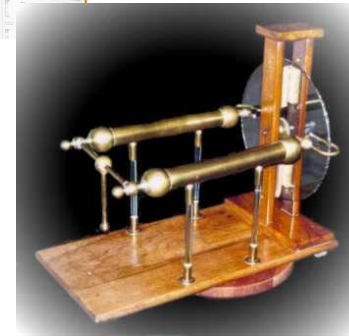
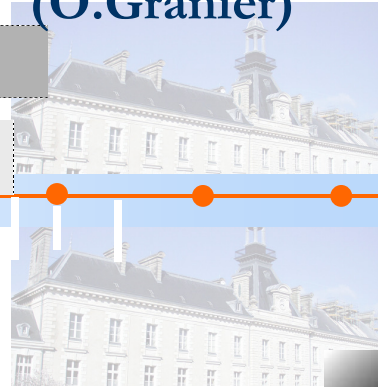
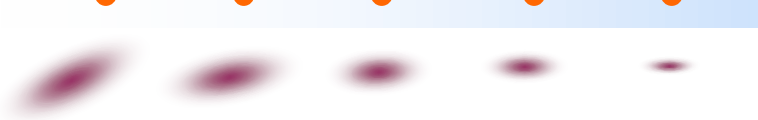
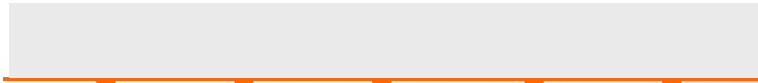
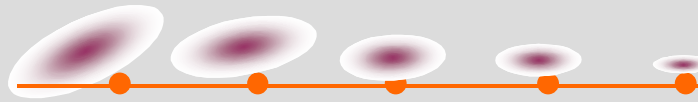




(O.Granier)



Potentiels et champs électrostatiques



INTRODUCTION

Électromagnétisme
(Équations de Maxwell,
fin XIX^{ème} siècle)

Électrostatique

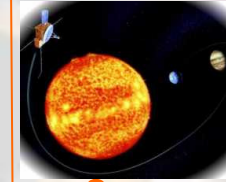
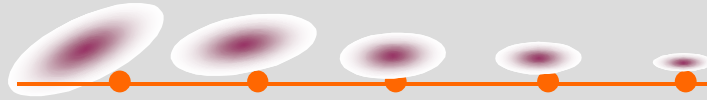
Magnétostatique

Phénomènes d'induction

Ondes électromagnétiques

L'électrostatique est l'étude des interactions entre particules chargées immobiles (dans le référentiel du laboratoire). Les notions importantes abordées sont les notions de **champs et de potentiels**.





I - CHARGES ELECTRIQUES ET LOI DE COULOMB

1 - Charges électriques :

Il existe deux sortes de charges électriques, appelées, par convention, positives et négatives.

Deux charges de même signe se repoussent

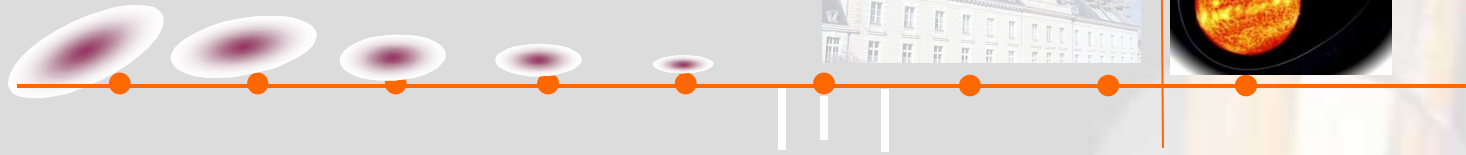
Deux charges de signe contraire s'attirent

Toutes les charges rencontrées dans la nature (à l'état libre, contrairement aux quarks emprisonnés dans les particules microscopiques) sont des multiples de la charge élémentaire de l'électron (la charge est quantifiée) :

$$Q = ne \quad (n \in \mathbb{Z}, e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})$$

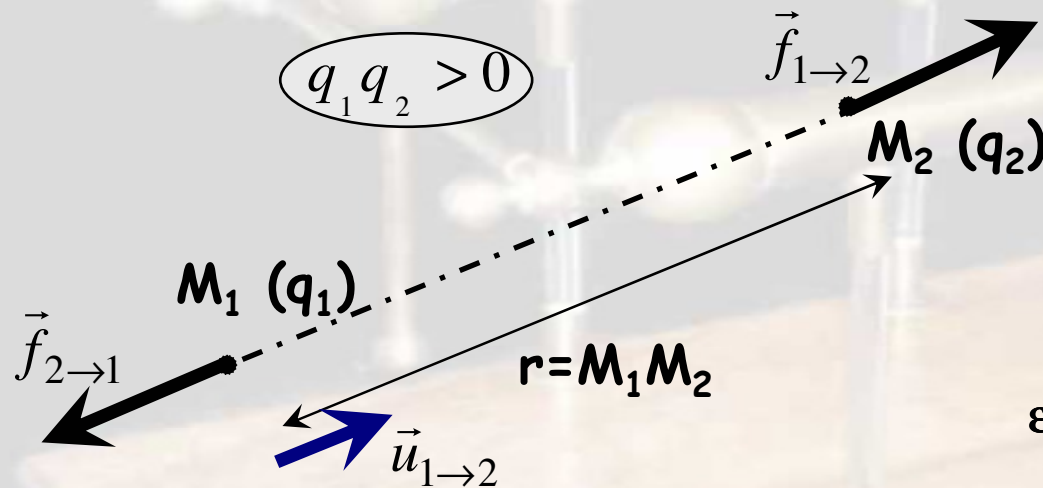
Principe général de conservation de la charge électrique (réactions chimiques ou réactions nucléaires).





2 - Loi de Coulomb :

La force d'interaction entre deux charges ponctuelles placées dans le vide est donnée par la loi de Coulomb (1785) :



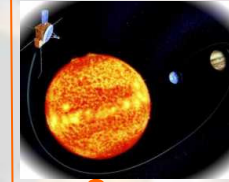
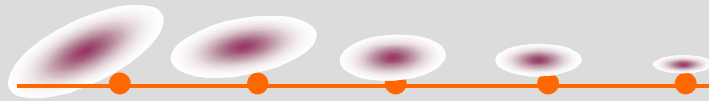
$$\vec{f} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\vec{f} = \vec{f}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{f}_{2 \rightarrow 1}$$

ϵ_0 : permittivité du vide
($1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ USI)

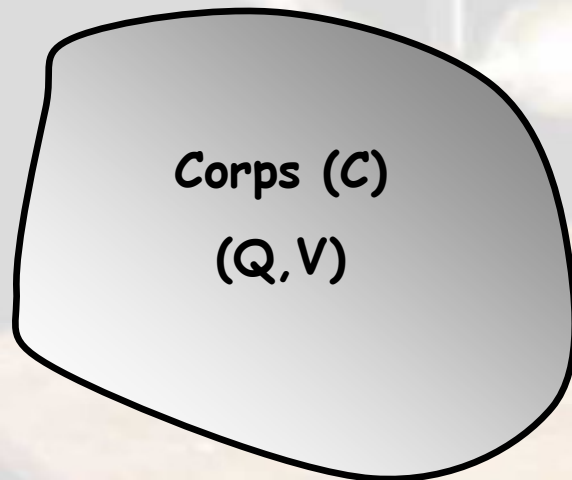
Cette loi est également valable dans l'air ($\epsilon_r = 1,00058$).





3 - Répartitions continues de charges :

La charge élémentaire e étant très faible, la quantification de la charge ne se remarque pas à l'échelle macroscopique. On va pouvoir décrire la charge d'un corps chargé par une **variable continue** (analogue de la **masse volumique** pour un solide, par exemple).



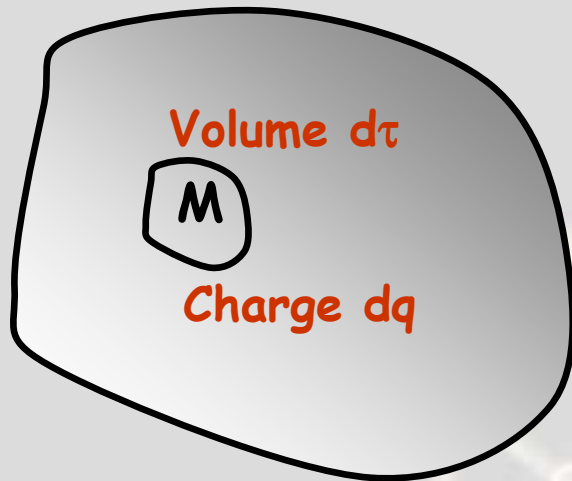
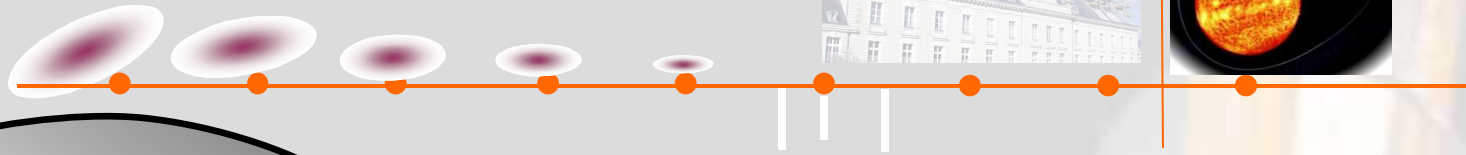
Soit un corps chargé en volume :

On note Q sa charge électrique totale et V son volume total.

On peut définir une **densité volumique de charge moyenne** (équivalente de la masse volumique moyenne d'un solide) :

$$\rho_{moy} = \frac{Q}{V}$$





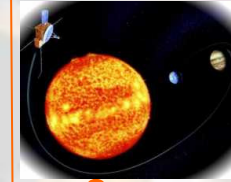
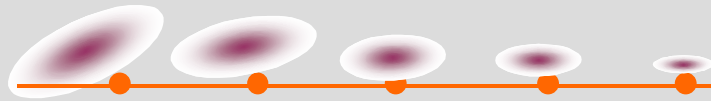
On considère un volume $d\tau$ (autour de M), petit vis-à-vis du volume occupé par tout le corps chargé, mais grand par rapport à la taille d'une molécule (**échelle mésoscopique**)

On note dq la charge de ce volume élémentaire. La **densité volumique de charges électriques** au point M est définie par :

$$\rho(M) = \frac{dq}{d\tau} \quad (\rho \text{ en } C.m^{-3})$$

La charge totale portée par le corps est alors :

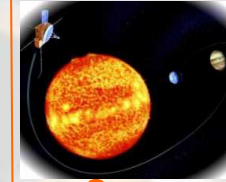
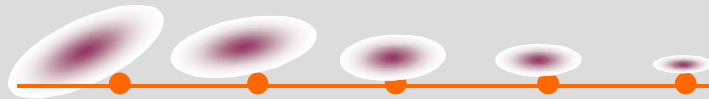
$$dq = \rho(M)d\tau \quad \text{soit} \quad Q = \iiint_{(V)} \rho(M)d\tau$$



Expression du volume élémentaire $d\tau$:

- Coordonnées cartésiennes : $d\tau = \underline{dx dy dz}$
- Coordonnées cylindriques : $d\tau = (dr)(rd\theta)(dz) = \underline{r dr d\theta dz}$
- Coordonnées sphériques : $d\tau = (dr) (rd\theta) (r \sin \theta d\varphi) = \underline{r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi}$

Exemple : exercice n°1

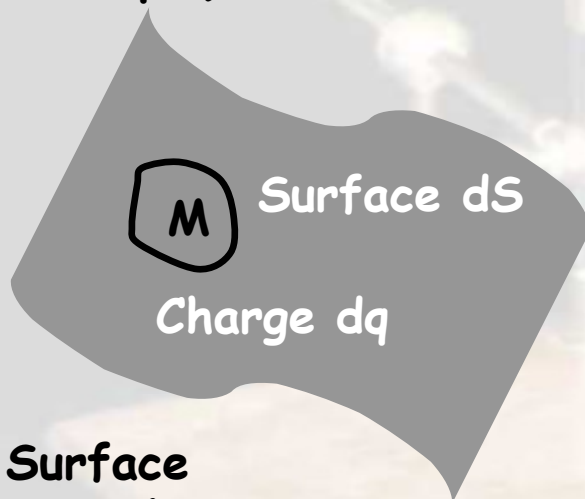


Soit un corps chargé en surface :

On note Q sa charge électrique totale et S sa surface totale.

On peut définir une **densité de charge surfacique moyenne** (équivalente de la masse surfacique moyenne d'une feuille de papier d'aluminium, par exemple) :

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$



On note dq la charge portée par la surface élémentaire dS . La **densité surfacique de charges électriques** au point M est définie par :

$$\sigma(M) = \frac{dq}{dS} \quad (\rho \text{ en } C.m^{-2})$$

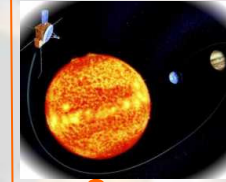
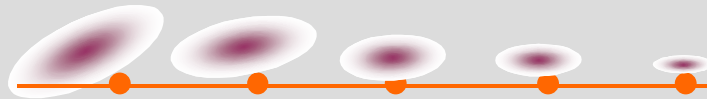
La charge totale portée par le corps est alors :

Surface
chargée
(S, Q)

$$dq = \sigma(M) dS \quad \text{soit}$$

$$Q = \iint_{(S)} \sigma(M) dS$$





Soit un corps chargé de manière linéique :

On note Q sa charge électrique totale et L sa longueur totale.

On peut définir une **densité de charge linéique moyenne** (équivalente de la masse linéique moyenne d'un fil de fer, par exemple) :

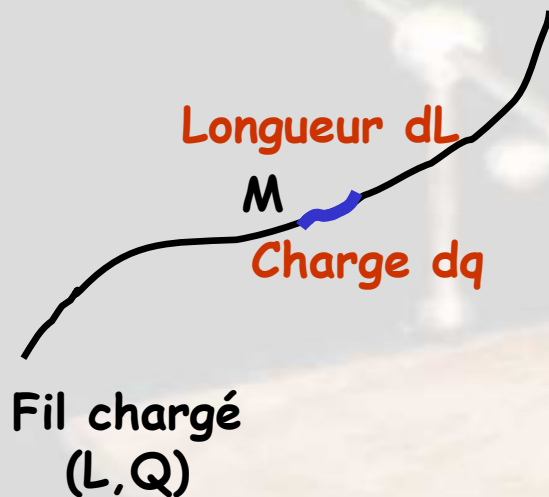
$$\lambda_{moy} = \frac{Q}{L}$$

On note dq la charge portée par la longueur élémentaire dL . La **densité linéique de charges électriques** au point M est définie par :

$$\lambda(M) = \frac{dq}{dL} \quad (\rho \text{ en } C.m^{-1})$$

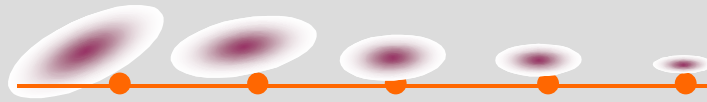
La charge totale portée par le corps est alors :

$$dq = \lambda(M)dL \quad \text{soit} \quad Q = \int_{(L)} \lambda(M)dL$$



Fil chargé
(L, Q)





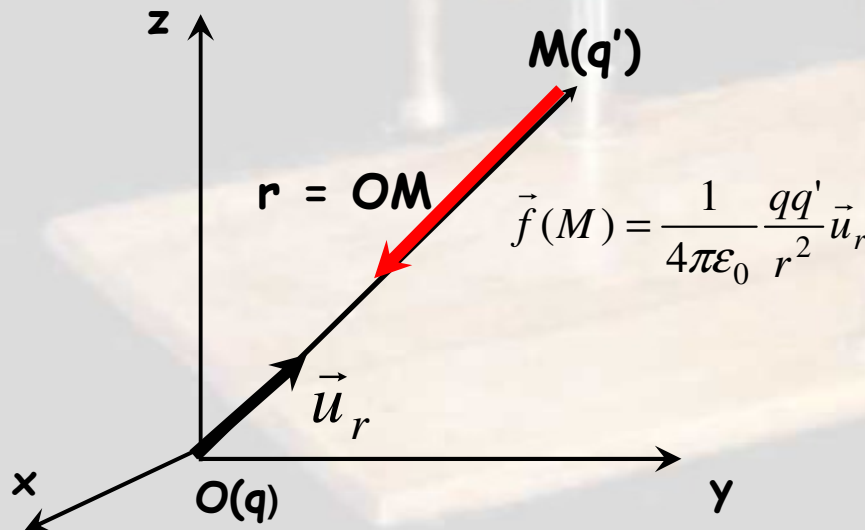
II - LE CHAMP ELECTROSTATIQUE

1 - Cas d'une charge ponctuelle :

On considère une charge ponctuelle q immobile placée à l'origine O d'un repère galiléen.

Soit q' une charge test placée en un point M qui peut varier dans l'espace.

La charge test q' est soumise à la force de Coulomb :

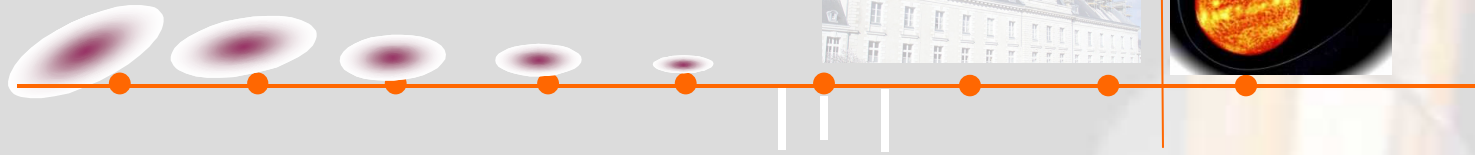


$$\vec{f}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_r$$

Le **champ électrique** créé par la charge q placée en O au point M est, par définition :

$$\vec{E}(M) = \frac{\vec{f}(M)}{q'}$$

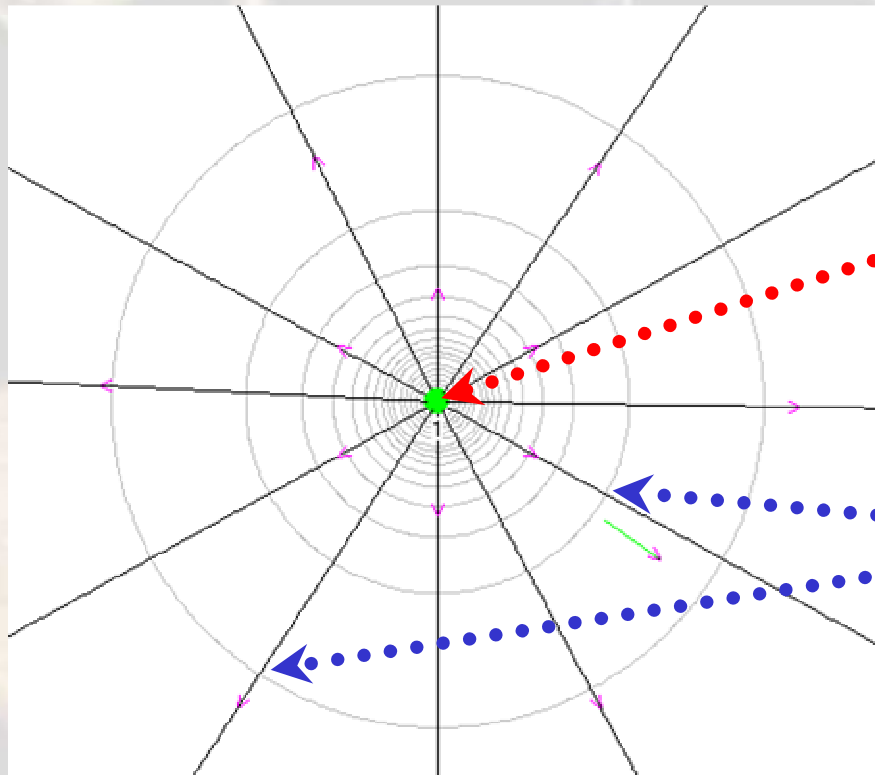




Soit :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

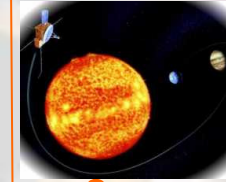
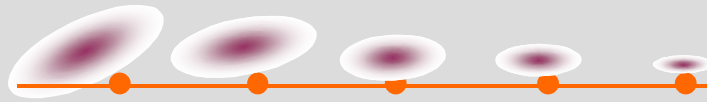
Ce champ est défini partout (sauf en O), même en l'absence de charge test.



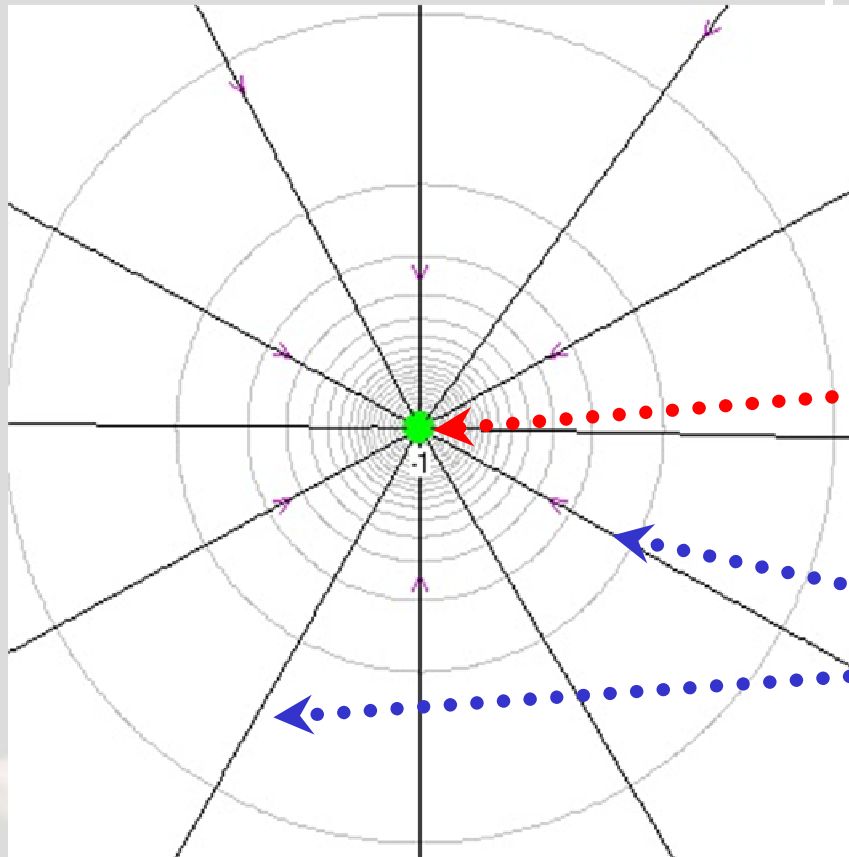
Charge positive en O

« Lignes » de champs divergentes





Une introduction à la notion de champ (doc pdf)



Charge négative en O

« Lignes » de champs convergentes

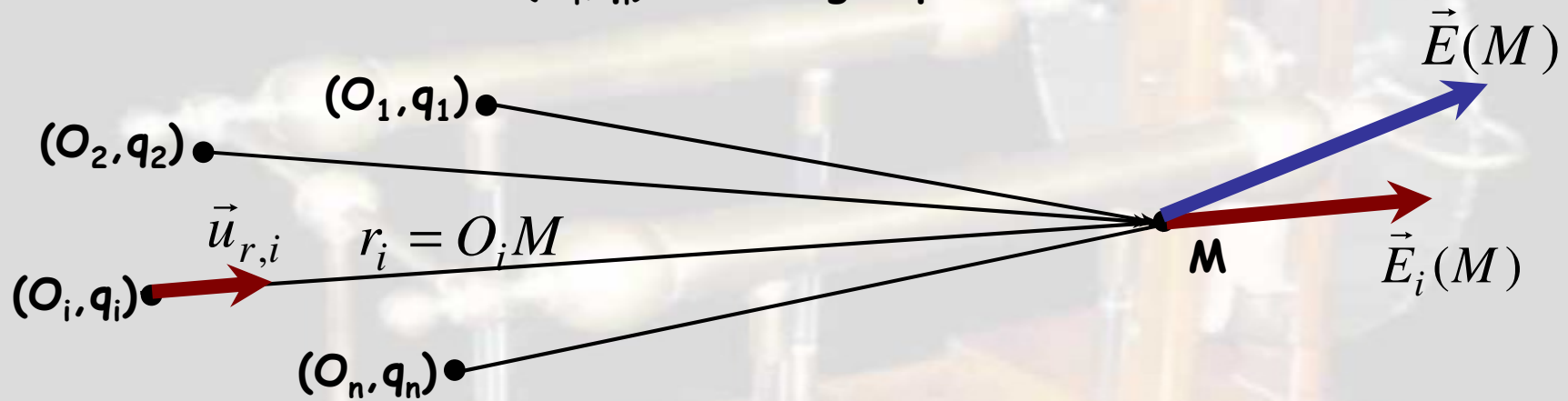
Lignes de champs : c'est une ligne de l'espace telle qu'en tout point M de cette ligne, la tangente et le champ E en ce point sont parallèles. Cette ligne est orientée dans le sens du champ.





2 - Cas d'un ensemble de charges ponctuelles :

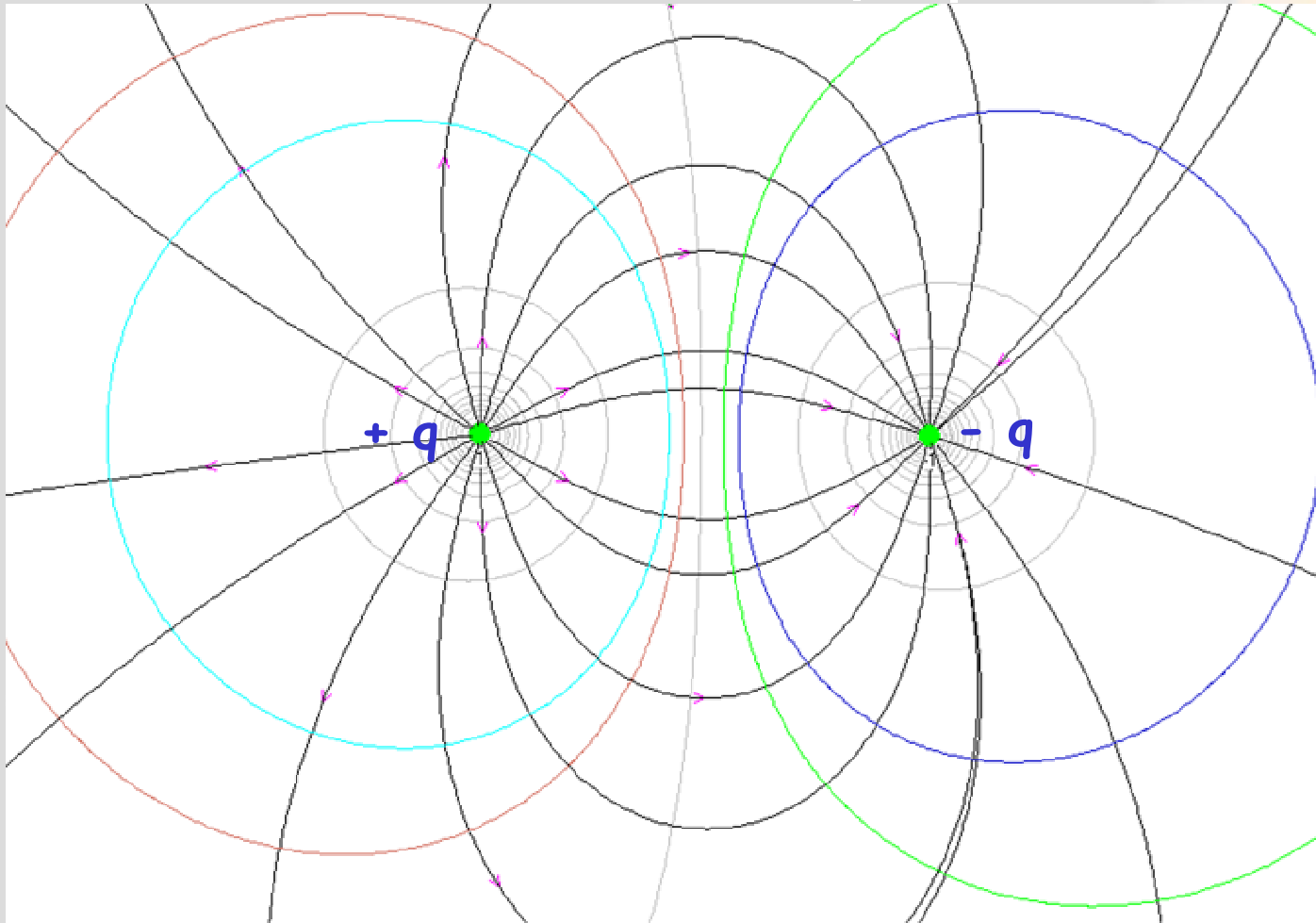
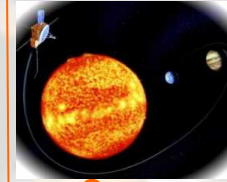
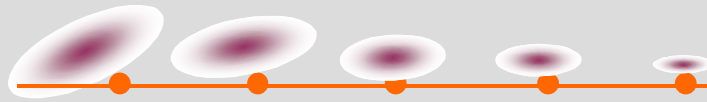
On considère un ensemble (O_i, q_i) de charges ponctuelles :



$$\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i(M) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{r,i}$$

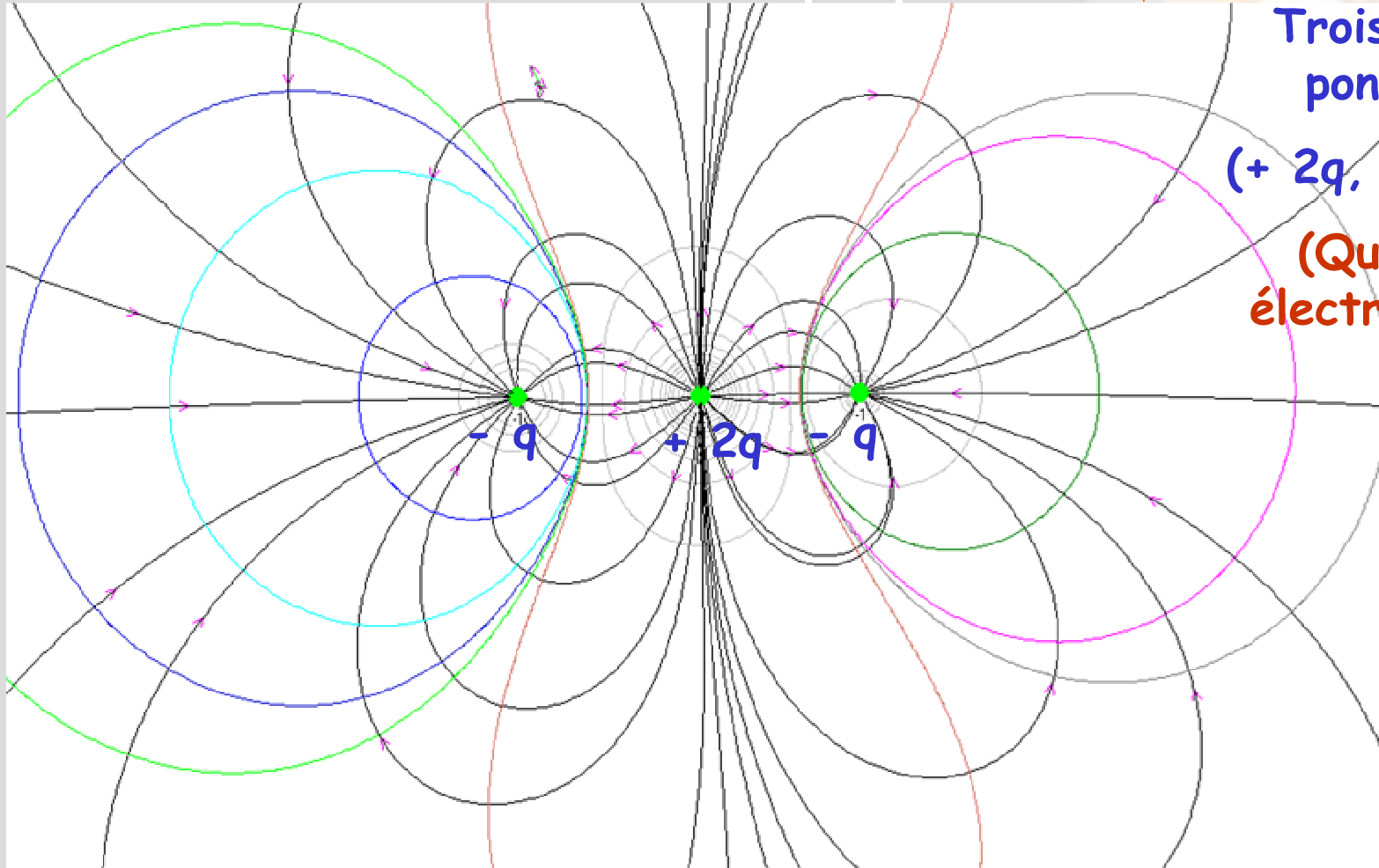
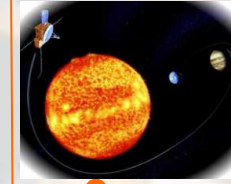
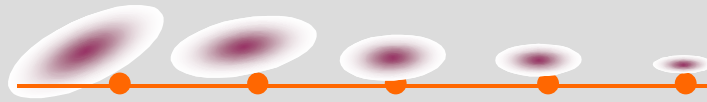
(Principe de superposition)





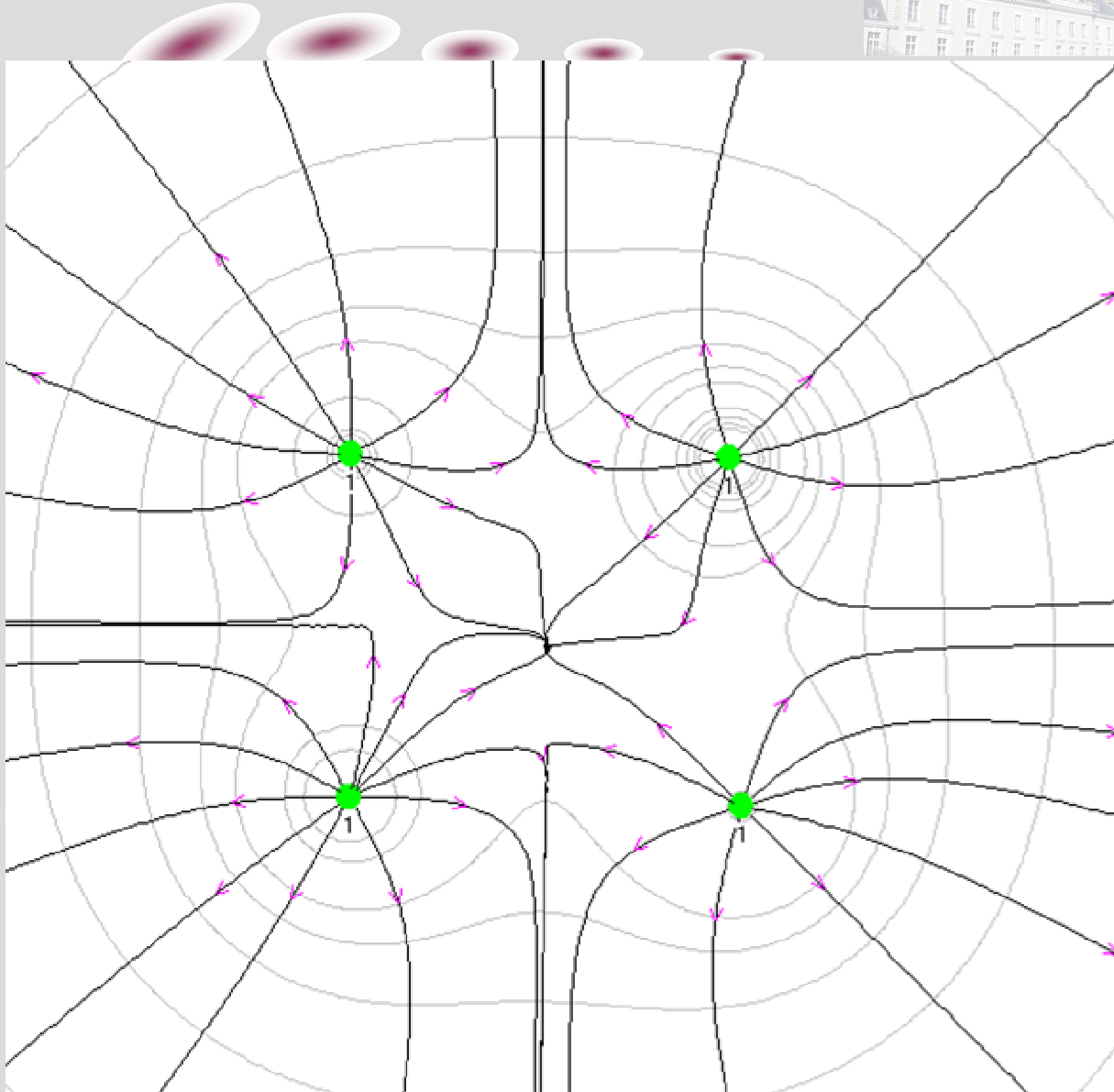
Deux charges
ponctuelles
(+ q et - q)
(Dipôle
électrostatique)





Trois charges
ponctuelles
($+ 2q, - q$ et $- q$)
(Quadripôle
électrostatique)





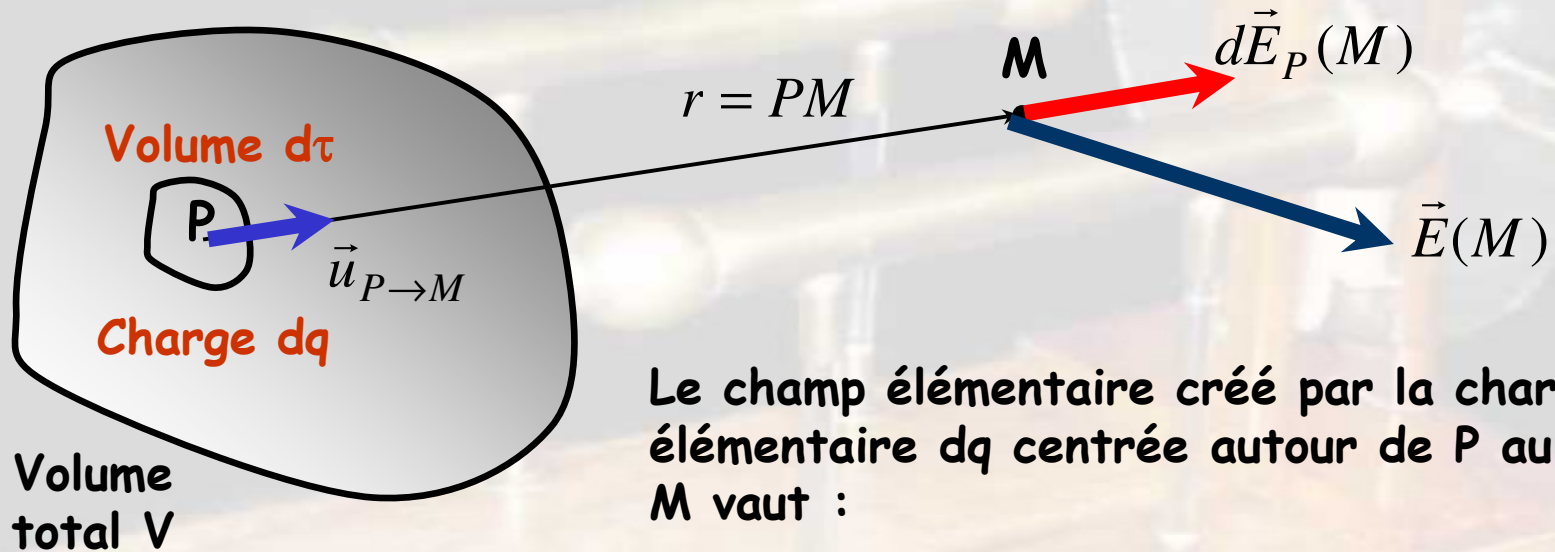
Quatre charges
ponctuelles
identiques ($+q$) au
sommet d'un carré



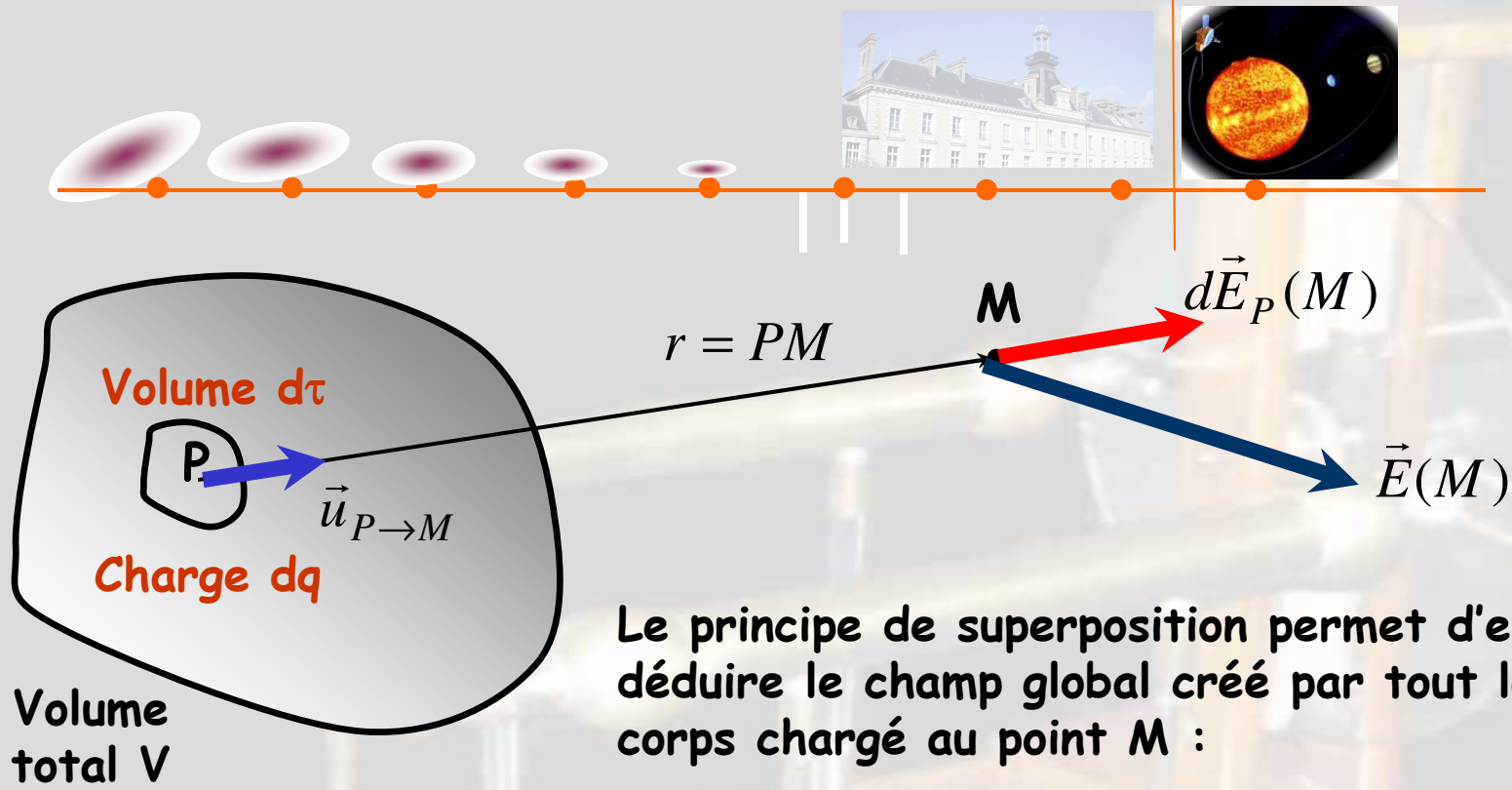


3 - Cas de répartitions continues de charges :

a - Répartition volumique :



$$d\vec{E}_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM^2} \vec{u}_{P \rightarrow M} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P)d\tau}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$

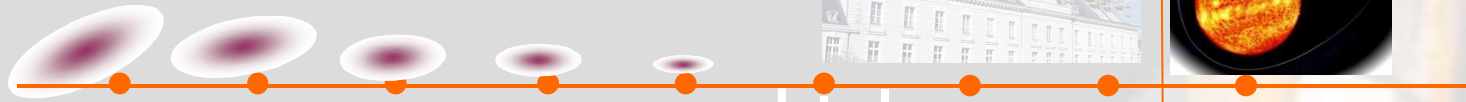


$$\vec{E}(M) = \sum d\vec{E}_P(M)$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V)} \frac{\rho(P)d\tau}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$

Intégrale vectorielle,
soit 3 intégrales triples
scalaires !





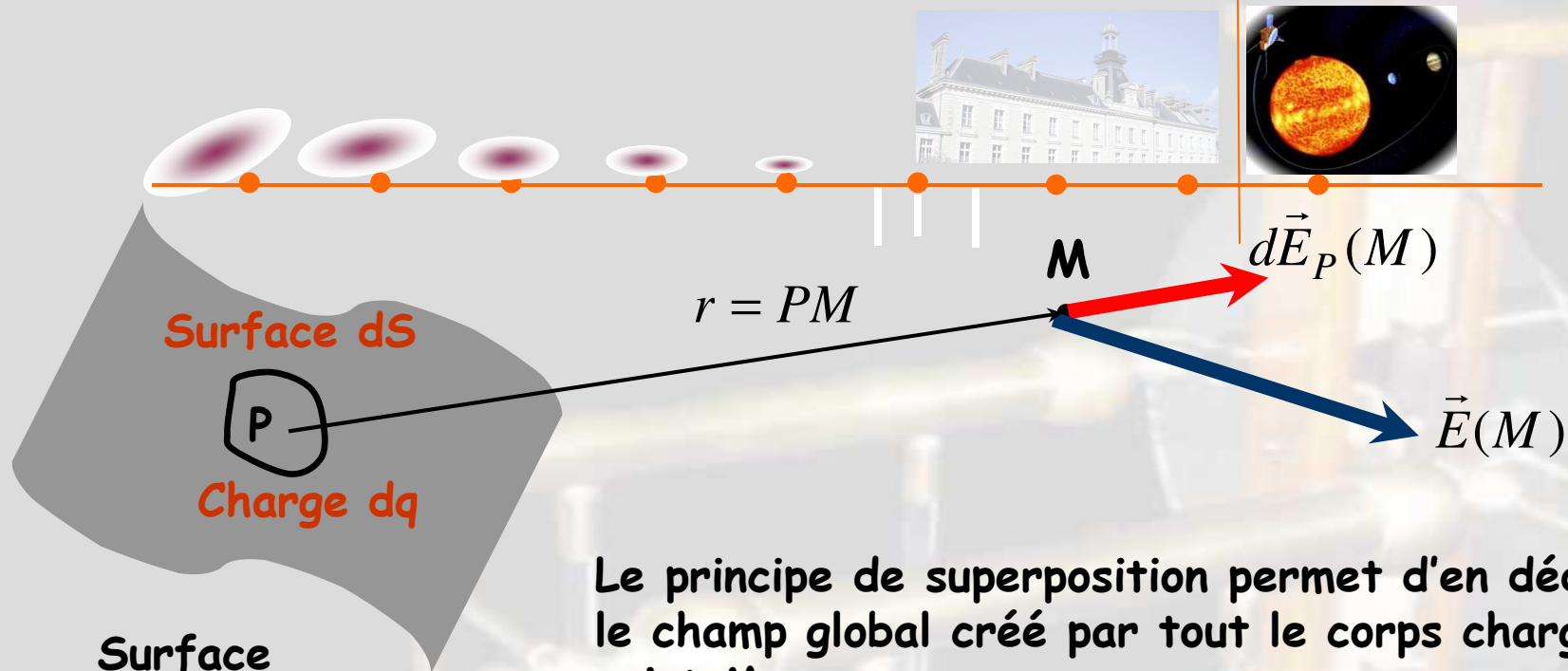
3 - Cas de répartitions continues de charges :

b - Répartition surfacique :



Le champ élémentaire créé par la charge élémentaire dq centrée autour de P au point M vaut :

$$d\vec{E}_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM^2} \vec{u}_{P \rightarrow M} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(P)dS}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$



Surface totale S

Le principe de superposition permet d'en déduire le champ global créé par tout le corps chargé au point M :

$$\vec{E}(M) = \sum d\vec{E}_P(M)$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{(S)} \frac{\sigma(P)dS}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$

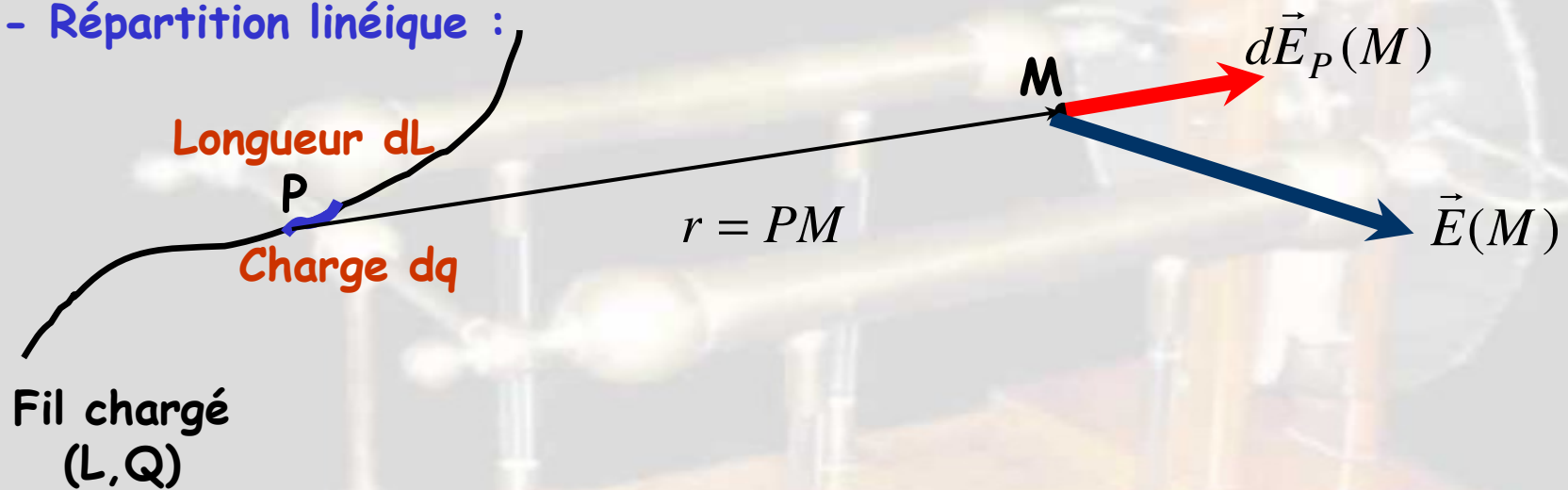
Intégrale vectorielle, soit 3 intégrales doubles scalaires !





3 - Cas de répartitions continues de charges :

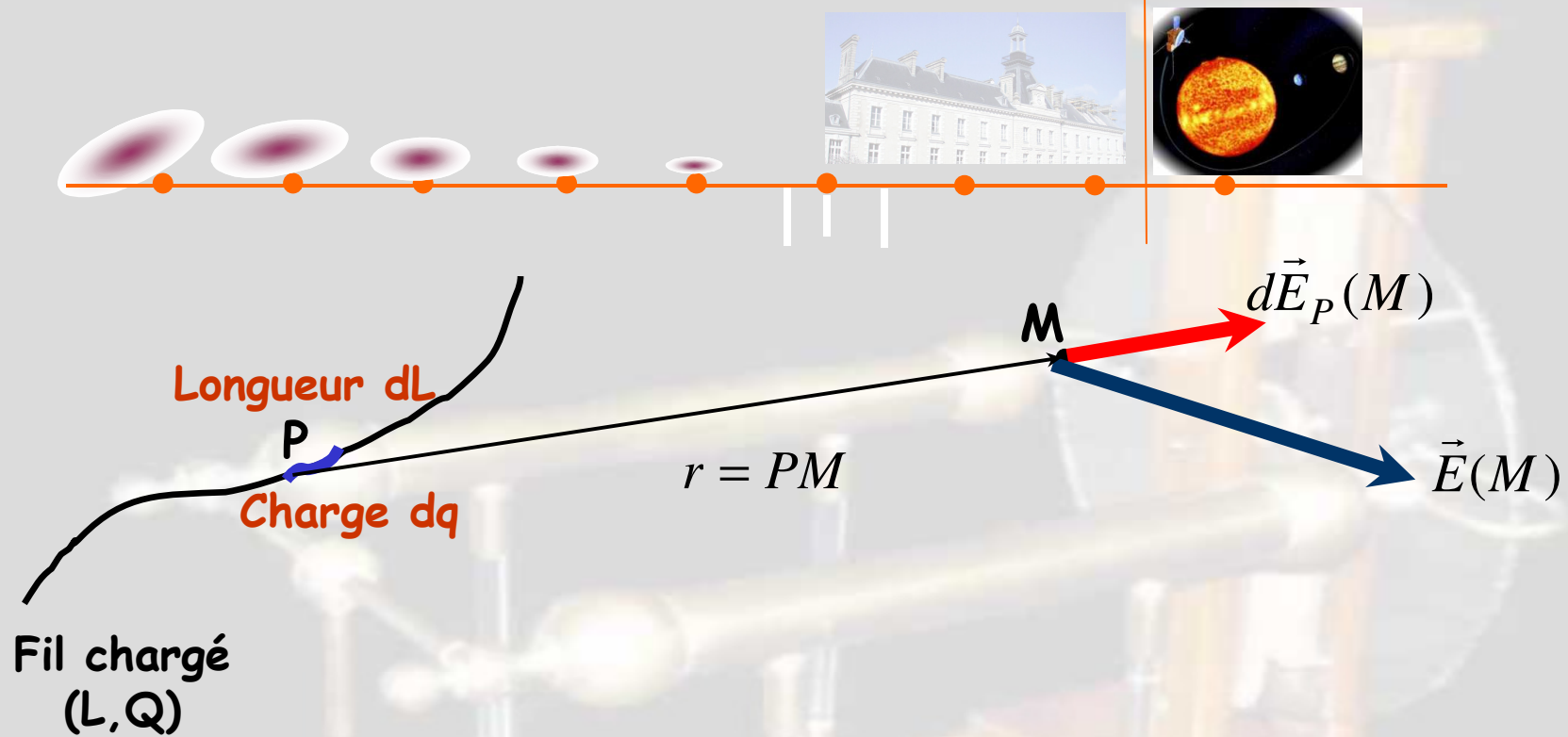
c - Répartition linéique :



Le champ élémentaire créé par la charge élémentaire dq centrée autour de P au point M vaut :

$$d\vec{E}_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM^2} \vec{u}_{P \rightarrow M} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(P)dL}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$

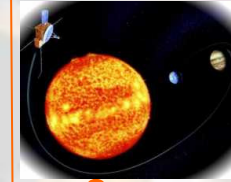
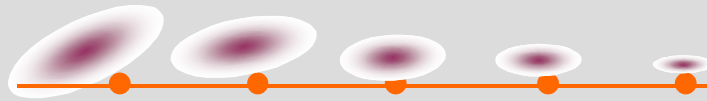




Le principe de superposition permet d'en déduire le champ global créé par tout le corps chargé au point M :

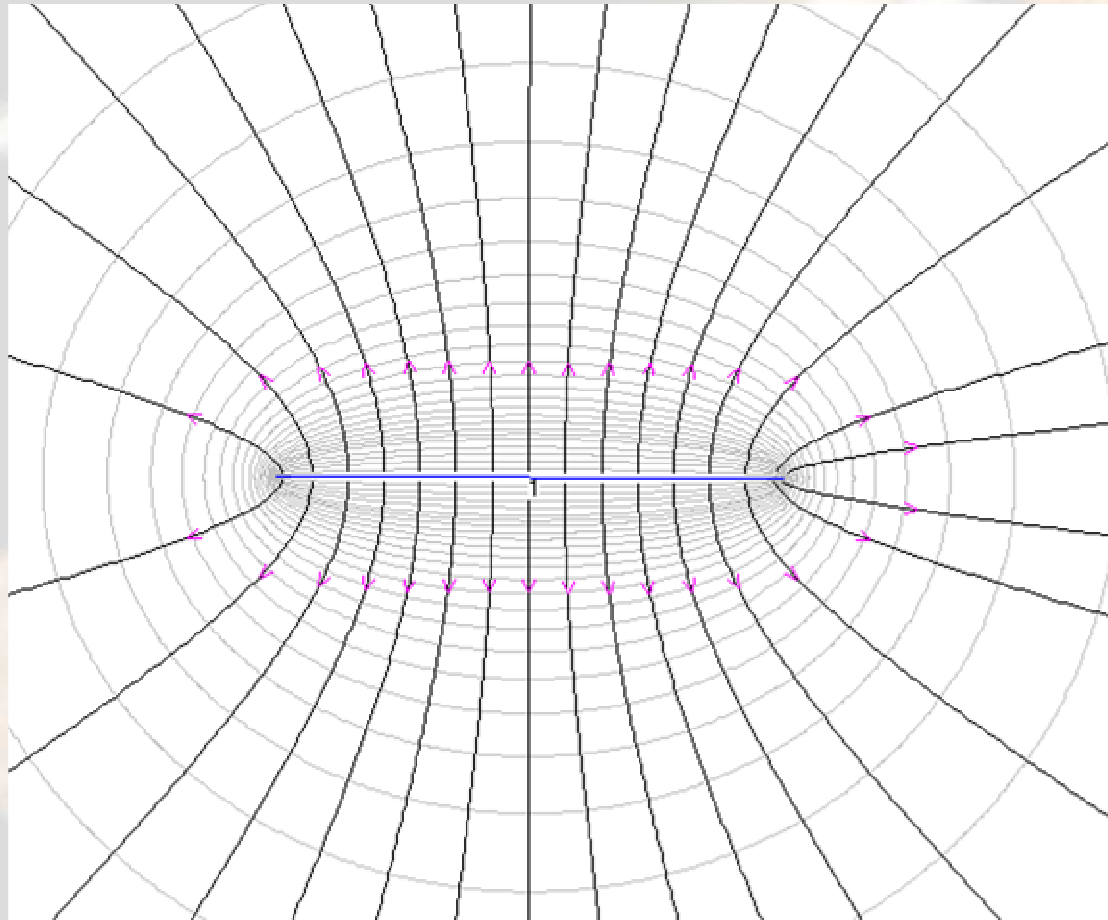
$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda(P)dL}{r^2} \vec{u}_{P \rightarrow M}$$

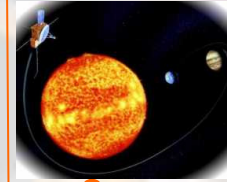
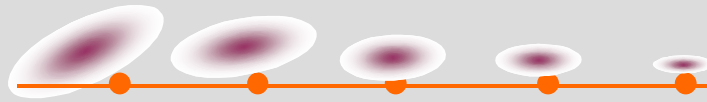




4 - Exemples de calculs directs de champs électrostatiques :

a - Champ créé par un segment uniformément chargé : (ex n°2)



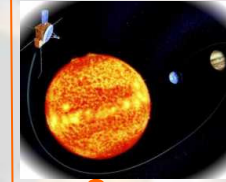
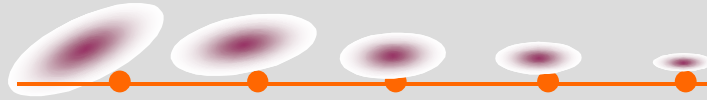


4 - Exemples de calculs directs de champs électrostatiques :

b - Champ créé par disque uniformément chargé : (ex n°3)

c - Champ créé par une sphère chargée en surface : (ex n°4)



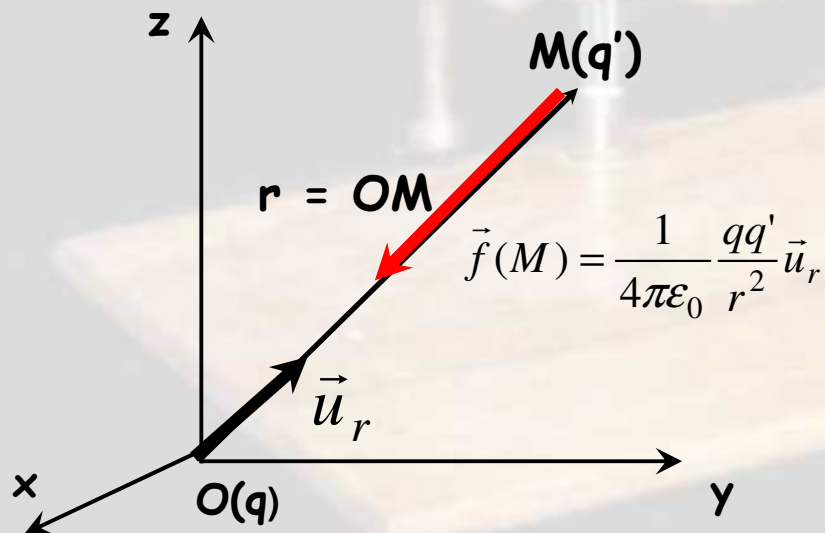


II - LE POTENTIEL ELECTROSTATIQUE

1 - Cas de charges ponctuelles :

On considère une charge ponctuelle q immobile placée à l'origine O d'un repère galiléen.

Soit q' une charge test placée en un point M qui peut varier dans l'espace.

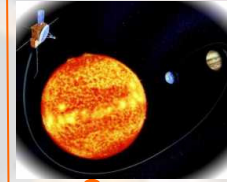
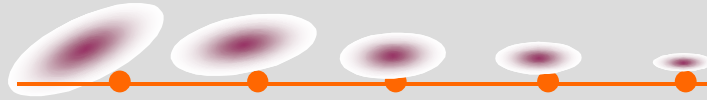


L'énergie potentielle de la particule « test » vaut (voir cours de mécanique) :

$$E_p(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$$

Elle est reliée à la force coulombienne par (voir cours de mécanique) :

$$\vec{f}(M) = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r$$



On définit le **potentiel électrostatique** $U(r)$ par :

$$U(r) = \frac{E_p(r)}{q'} \quad \text{soit}$$

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

On a la même relation entre la force et le champ et entre l'énergie potentielle et le potentiel, à savoir :

$$E_p(r) = q'U(r) \quad \text{et} \quad \vec{f} = q' \vec{E}$$

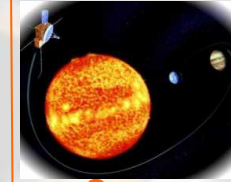
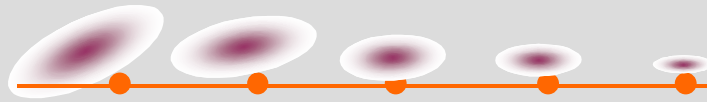
Comme $\vec{f}(M) = -\frac{dE_p}{dr} \vec{u}_r$, on déduit que :

$$\vec{E}(M) = -\frac{dU}{dr} \vec{u}_r$$

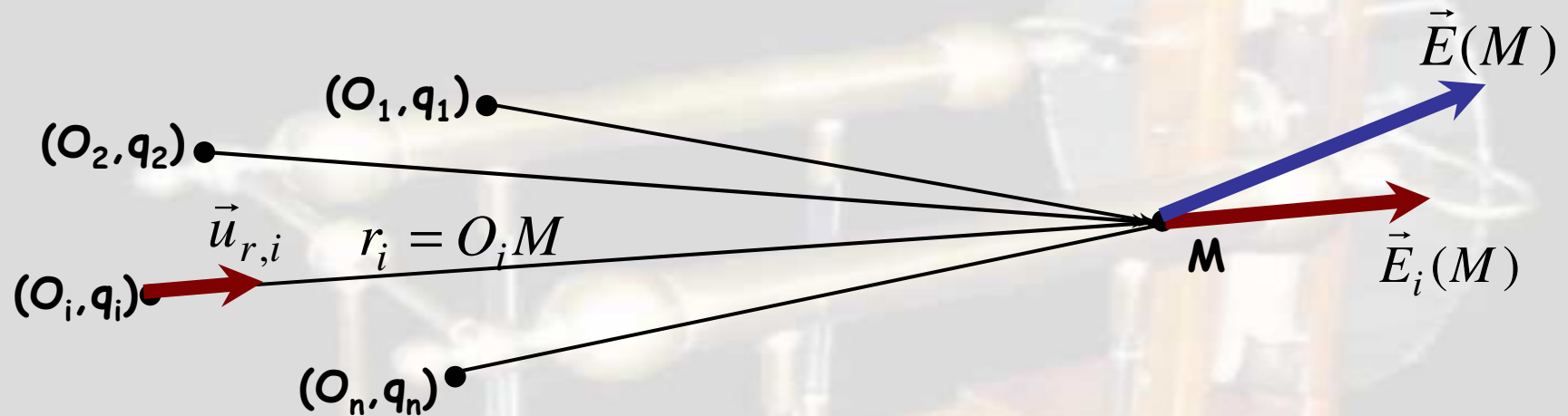
$$\vec{E}(M) \cdot d\vec{r} = -dU$$

Soit encore :





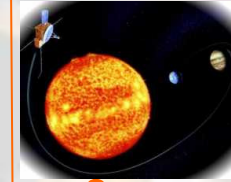
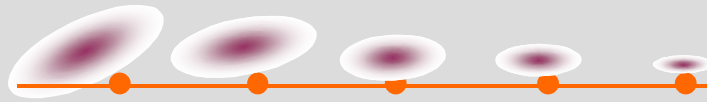
On considère maintenant un ensemble (O_i, q_i) de charges ponctuelles.



Le principe de superposition permet d'en déduire le potentiel créé par l'ensemble des charges ponctuelles :

$$U(M) = \sum_{i=1}^n U_i(M) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$





On peut écrire la relation entre le champ et le potentiel créé par la charge ponctuelle (i) :

$$\vec{E}_i(M).d\vec{r} = -dU_i$$

Par conséquent, en sommant :

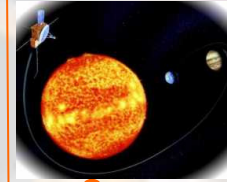
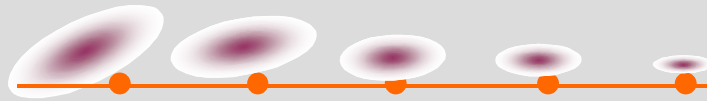
$$\sum_{i=1}^n (\vec{E}_i(M).d\vec{r}) = -\sum_{i=1}^n dU_i \quad \text{soit} \quad \left(\sum_{i=1}^n \vec{E}_i(M) \right).d\vec{r} = -d \left(\sum_{i=1}^n U_i \right)$$

D'où :

$$\vec{E}(M).d\vec{r} = -dU$$

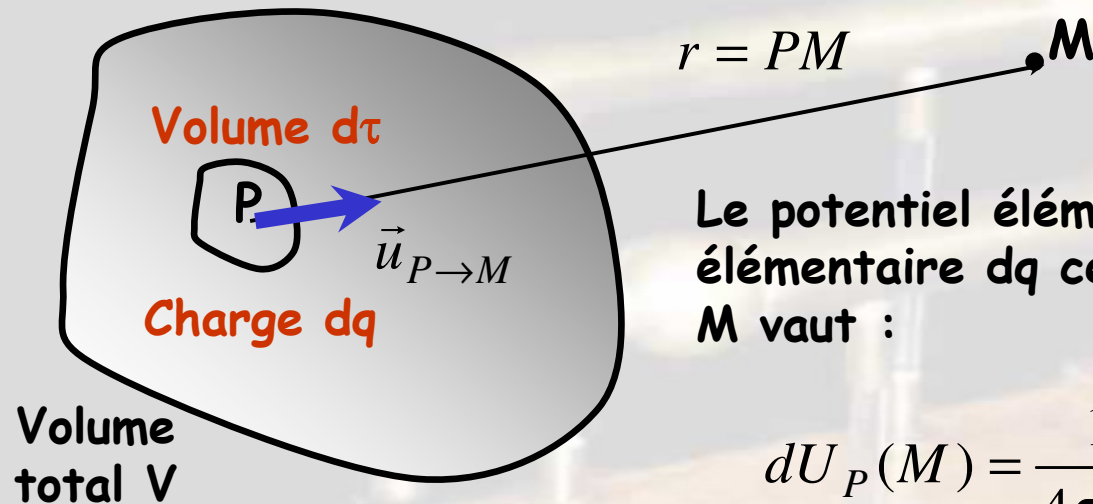
On obtient ainsi pour le champ global une relation similaire à celle valable pour chaque champ E_i . Nous verrons que cette propriété caractérise un **champ de gradient**.





2 - Cas de distributions continues :

a - Répartition volumique :



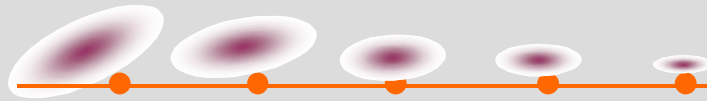
Le potentiel élémentaire créé par la charge élémentaire dq centrée autour de P au point M vaut :

$$dU_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P)d\tau}{r}$$

Le potentiel total s'en déduit (« simple intégrale » scalaire) :

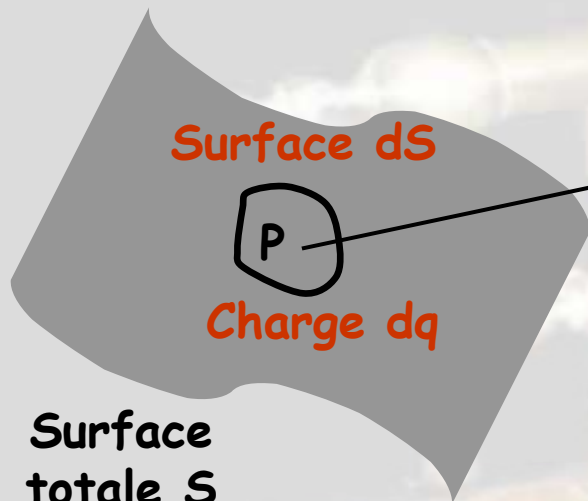
$$U(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V)} \frac{\rho(P)d\tau}{r}$$





2 - Cas de répartitions continues de charges :

b - Répartition surfacique :



$r = PM$

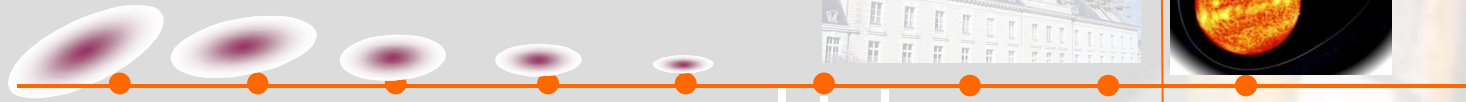
Le potentiel élémentaire créé par la charge élémentaire dq centrée autour de P au point M vaut :

$$dU_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(P)dS}{r}$$

Le potentiel total s'en déduit (« simple intégrale » scalaire) :

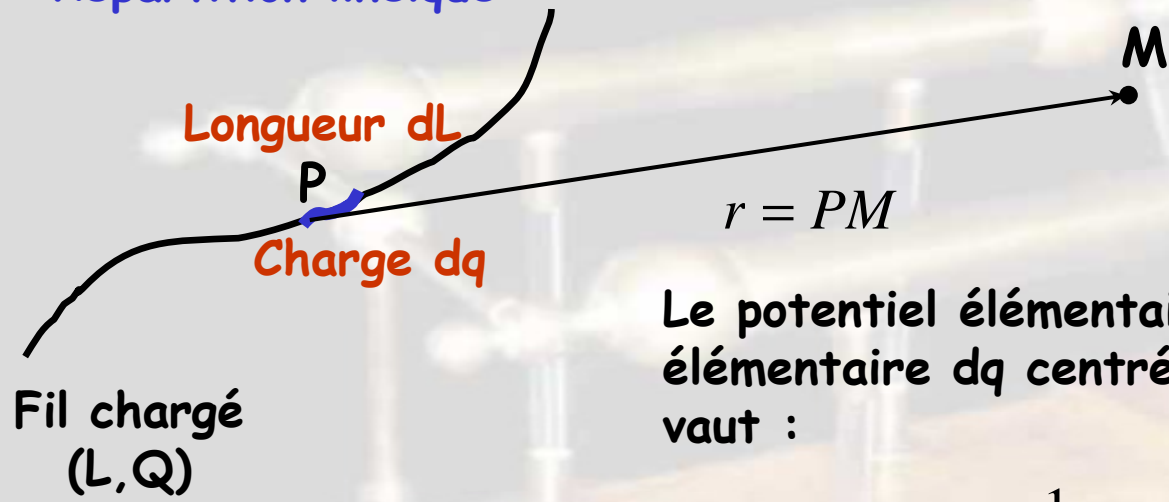
$$U(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{(S)} \frac{\sigma(P)dS}{r}$$





2 - Cas de répartitions continues de charges :

c - Répartition linéique :



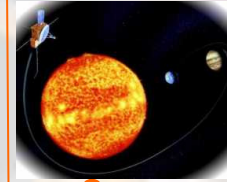
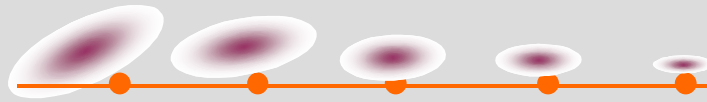
Le potentiel élémentaire créé par la charge élémentaire dq centrée autour de P au point M vaut :

$$dU_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{PM} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(P)dL}{r}$$

D'où :

$$U(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(L)} \frac{\lambda(P)dL}{r}$$





3 - Relation intrinsèque entre le champ et le potentiel :

La relation démontrée dans le cas d'une répartition discrète de charges ponctuelles reste valable dans le cas d'une distribution continue :

$$\vec{E}(M).d\vec{r} = -dU$$

Cette relation caractérise un **champ de gradient**.

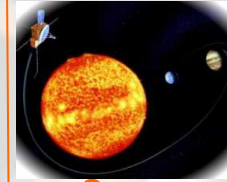
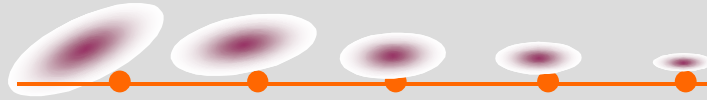
On se place en coordonnées cartésiennes :

$$* \vec{E}(M) = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z$$

$$* d\vec{r} = dx \vec{u}_x + dy \vec{u}_y + dz \vec{u}_z$$

$$* dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz$$





On calcule le produit scalaire $\vec{E}(M).d\vec{r}$:

$$\vec{E}(M).d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

Par identification avec $-dU$:

$$E_x dx + E_y dy + E_z dz = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz\right)$$

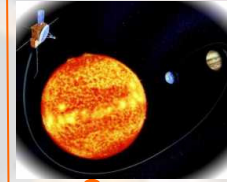
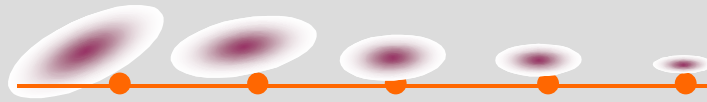
Il vient :

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad ; \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad ; \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Soit :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} U$$





Expressions de l'opérateur gradient en :

Coordonnées polaires (r, θ) :

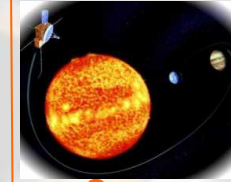
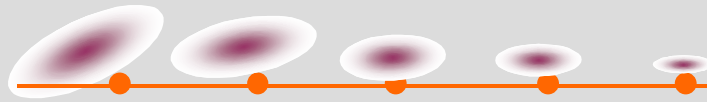
$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad ; \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

Coordonnées cylindriques (r, θ, z) :

$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad ; \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad ; \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Coordonnées sphériques (r, θ, φ) :

$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} \quad ; \quad E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad ; \quad E_\varphi = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi}$$



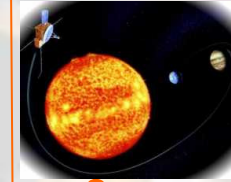
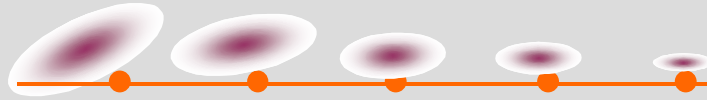
4 - Exemples de calculs de potentiels :

Exemple : [exercice n°3](#)

On calcule directement le potentiel puis on en déduit le champ par la relation :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} U$$

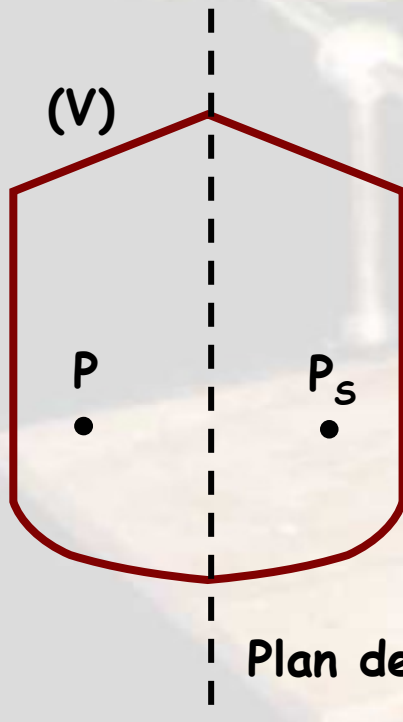




III - LES SYMETRIES DU CHAMP ELECTROSTATIQUE

1 - Distribution de charges possédant un plan de symétrie :

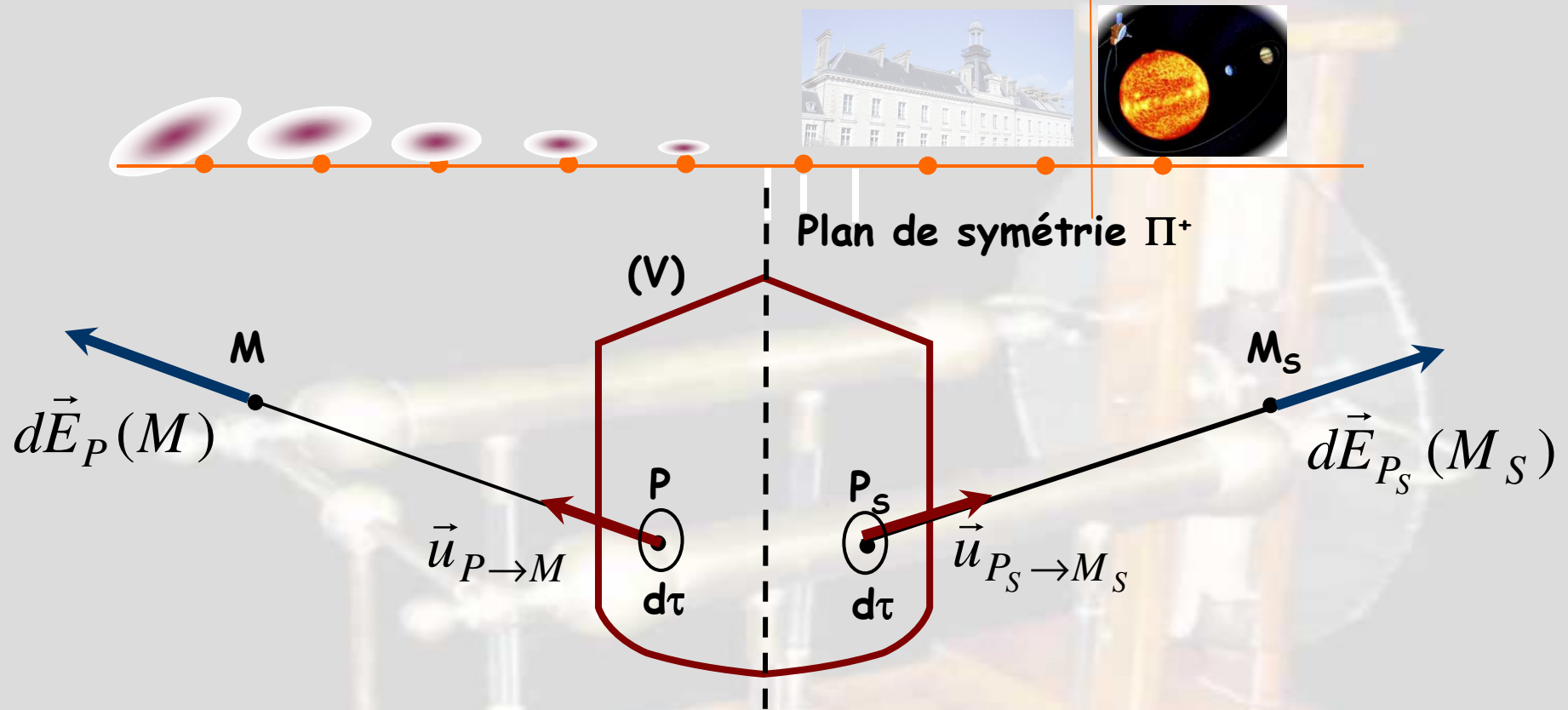
On considère la répartition volumique suivante de charges :



Le corps chargé possède une forme géométrique symétrique par rapport au plan (Π^+) et, par ailleurs :

$$\rho(P_S) = \rho(P)$$

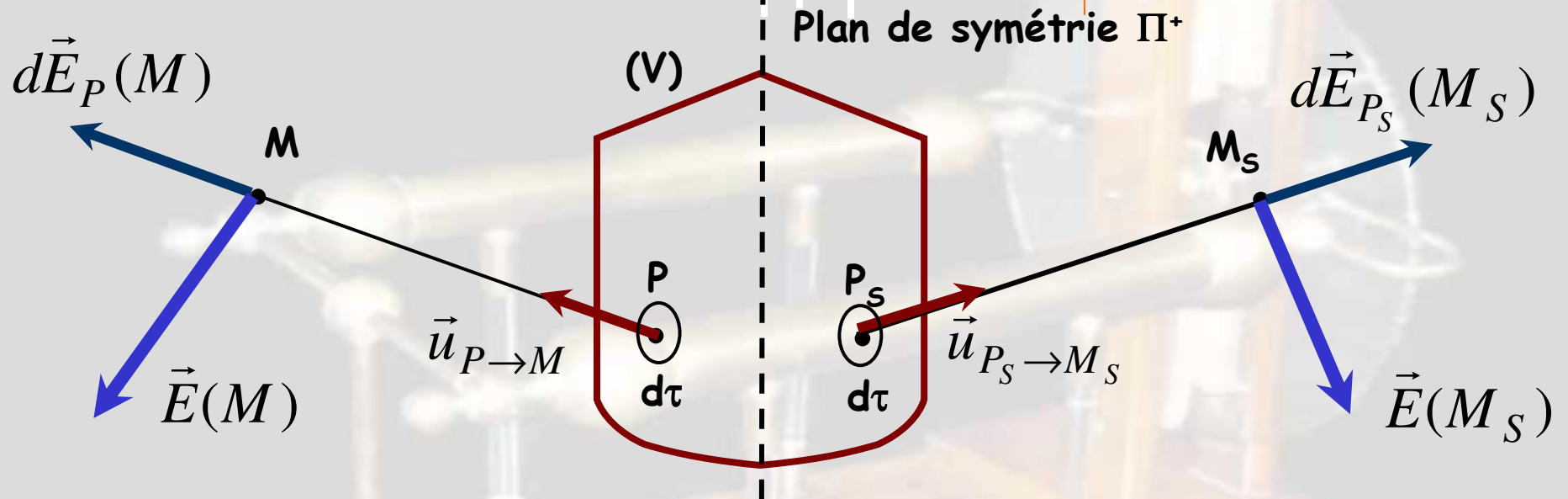
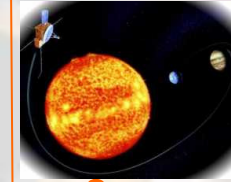
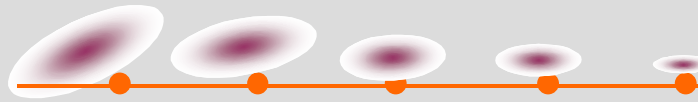




M est un point quelconque de l'espace et M_S son symétrique par rapport au plan (Π^+) : $M_S = \text{sym}_{\Pi^+}(M)$

$$d\vec{E}_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P)d\tau}{PM^2} \vec{u}_{P \rightarrow M} \quad ; \quad d\vec{E}_{P_S}(M_S) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P_S)d\tau}{P_S M_S^2} \vec{u}_{P_S \rightarrow M_S}$$



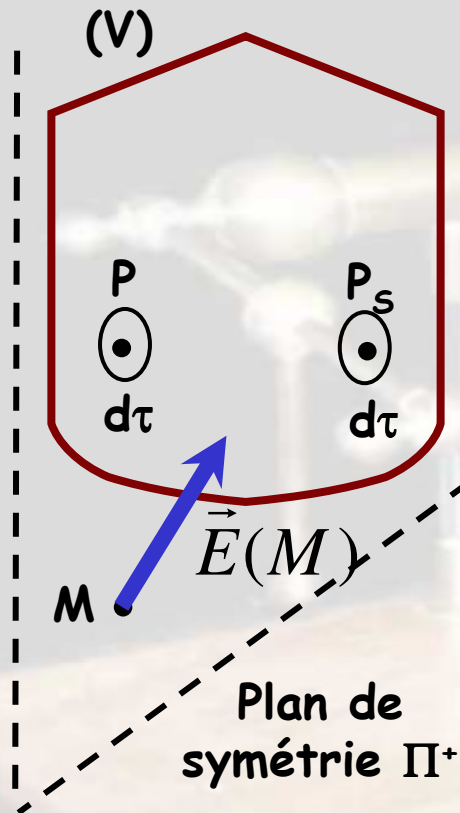
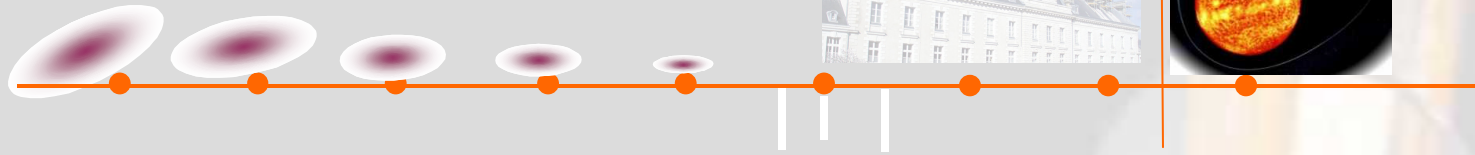


Avec : $\rho(P) = \rho(P_S)$; $PM = P_S M_S$; $\vec{u}_{P_S \rightarrow M_S} = \text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{u}_{P \rightarrow M})$

Il vient : $d\vec{E}_{P_S}(M_S) = \text{Sym}_{\Pi^+}(d\vec{E}_P(M))$

Par intégration, on déduit : $\vec{E}(M_S) = \text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{E}(M))$





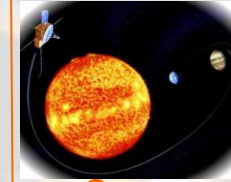
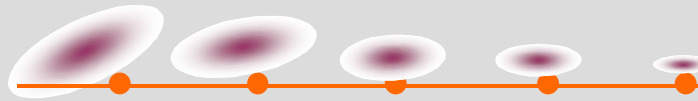
Si M appartient au plan (Π^+) , M et M_s sont confondus.

Par conséquent :

$$\vec{E}(M) = \text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{E}(M)) \quad \text{soit} \quad \vec{E}(M) \in (\Pi^+)$$

$$M \in (\Pi^+) \Rightarrow \vec{E}(M) \in (\Pi^+)$$





Exemple : disque circulaire chargé uniformément en surface

Tous les plans contenant l'axe (Oz) sont des plans de symétrie (Π^+) pour la répartition de charges.

Par conséquent, pour un point $M(z)$ de l'axe (Oz) :

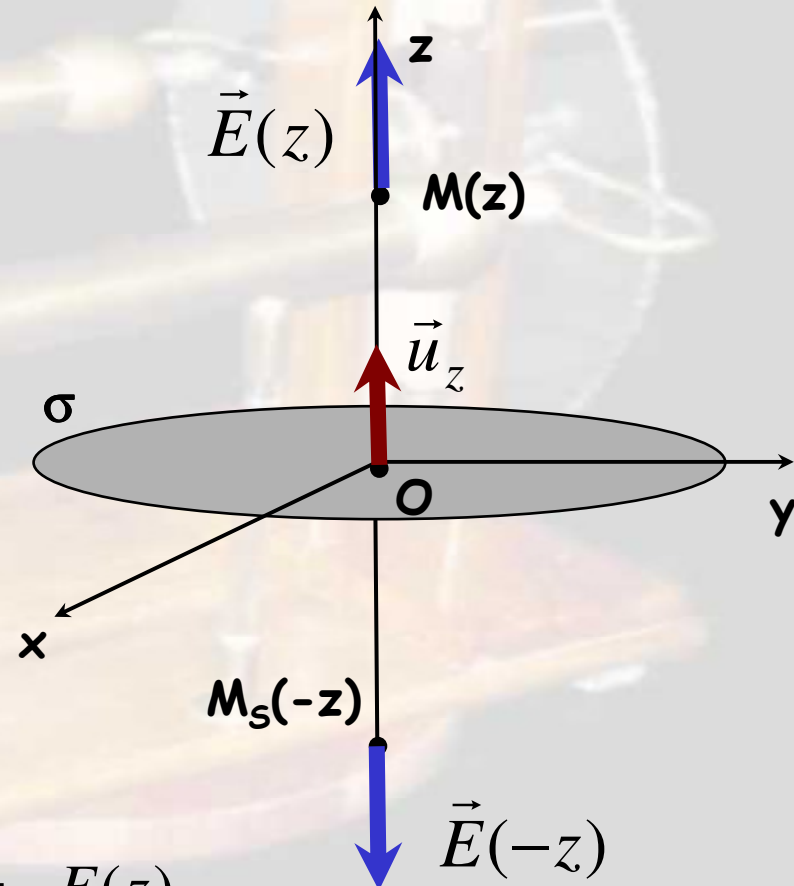
$$\vec{E}(z) = E(z) \vec{u}_z$$

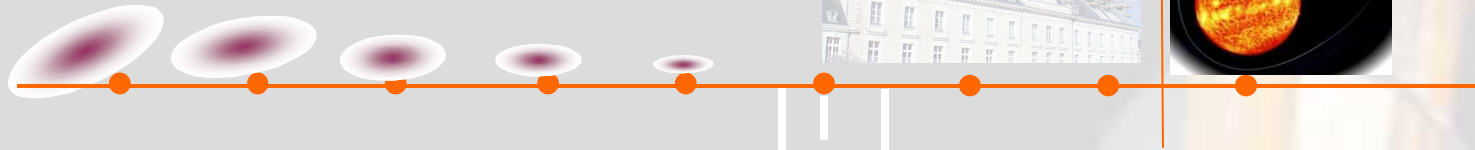
Le plan (Oxy) est un plan de symétrie (Π^+) pour la répartition de charges.

(Ici, les points P et P_S sont confondus).

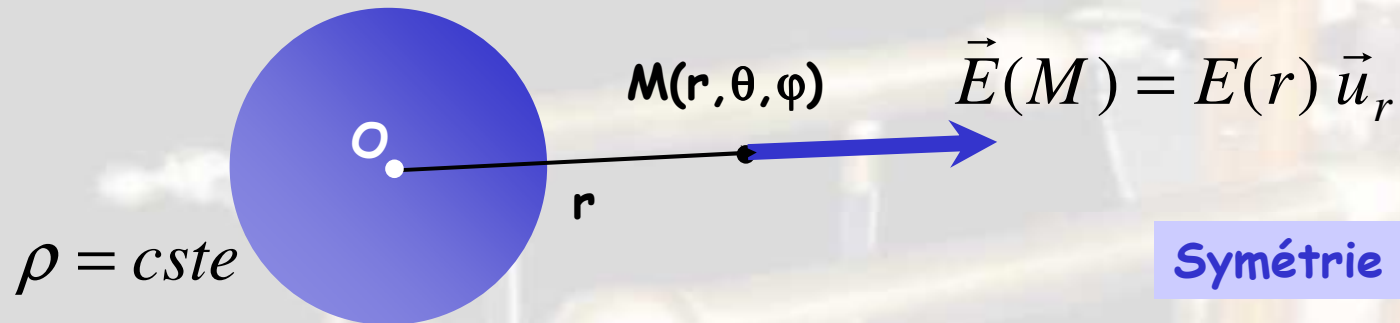
Par conséquent :

$$\vec{E}(-z) = \text{sym}_{(Oxy)}(\vec{E}(z)) \quad \text{soit} \quad \vec{E}(-z) = -E(z)$$



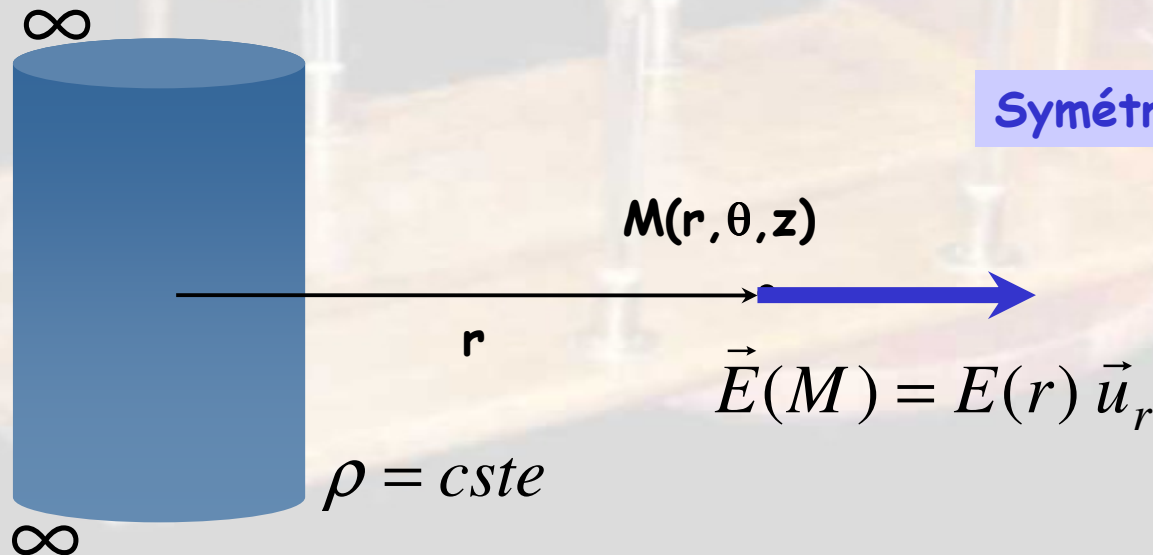


Exemple : sphère chargée uniformément en volume



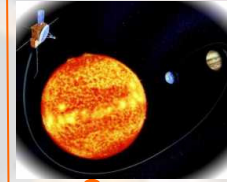
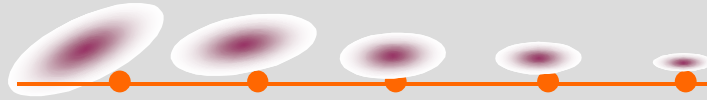
Symétrie sphérique

Exemple : cylindre infini chargé uniformément en volume



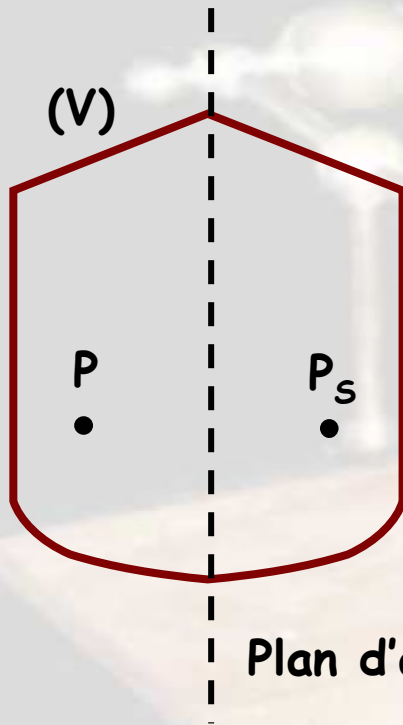
Symétrie cylindrique





2 - Distribution de charges possédant un plan d'anti-symétrie :

On considère désormais la répartition volumique suivante :

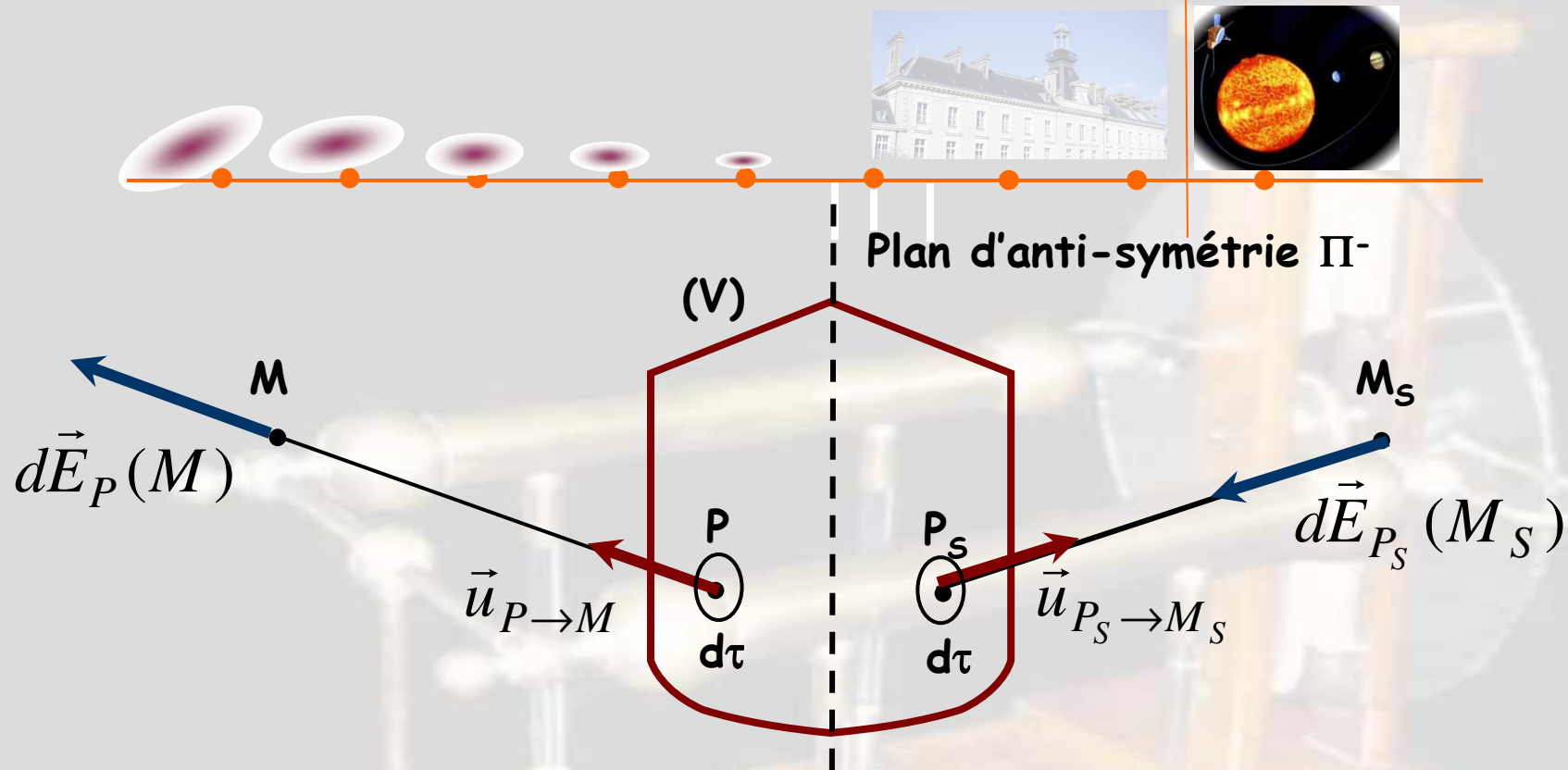


Le corps chargé possède une forme géométrique symétrique par rapport au plan (Π^-) et, par ailleurs :

$$\rho(P_S) = -\rho(P)$$

Plan d'anti-symétrie Π^-

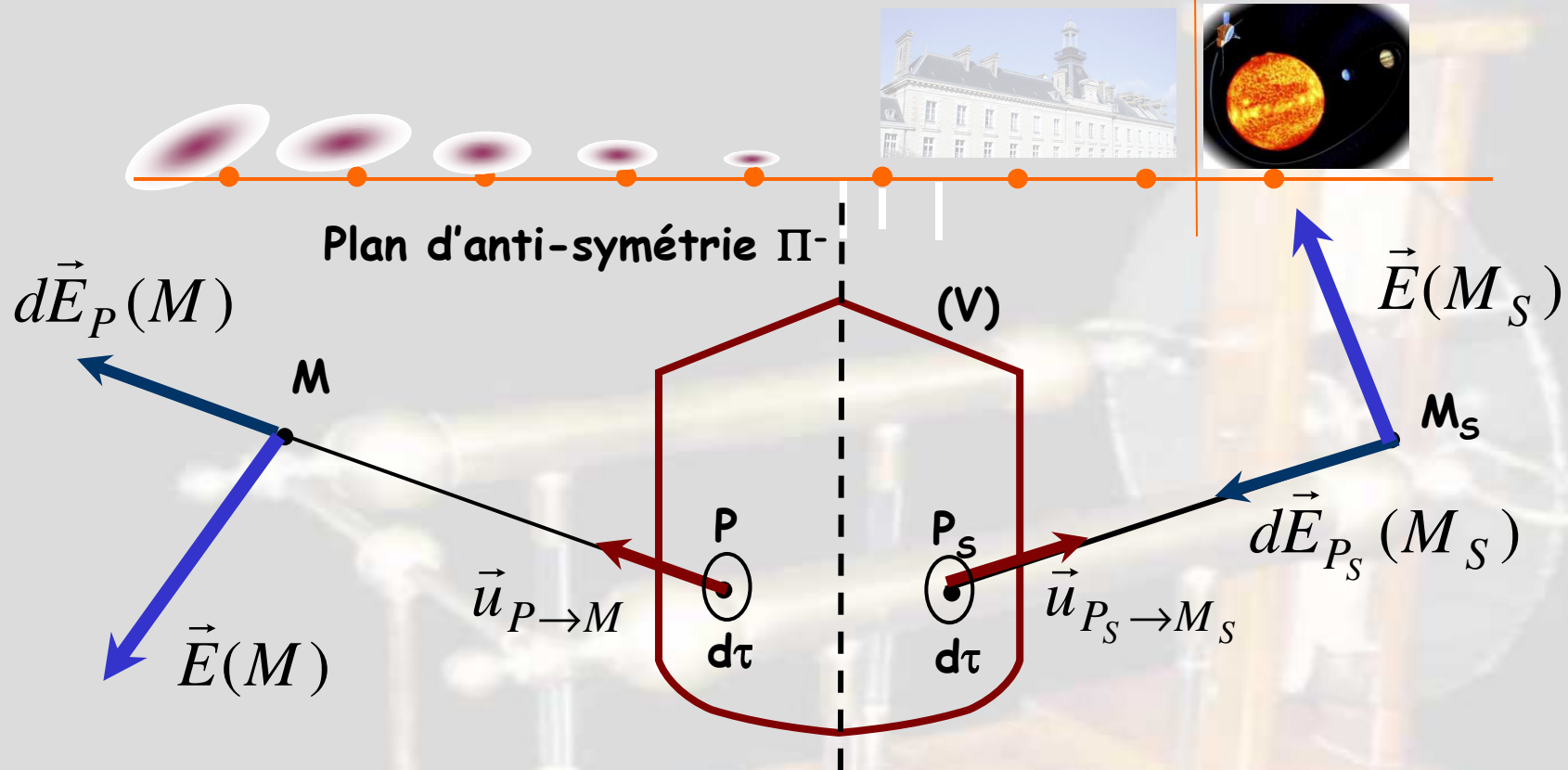




M est un point quelconque de l'espace et M_S son symétrique par rapport au plan (Π^-) : $M_S = \text{sym}_{\Pi^-}(M)$

$$d\vec{E}_P(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P)d\tau}{PM^2} \vec{u}_{P \rightarrow M} \quad ; \quad d\vec{E}_{P_S}(M_S) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(P_S)d\tau}{P_S M_S^2} \vec{u}_{P_S \rightarrow M_S}$$

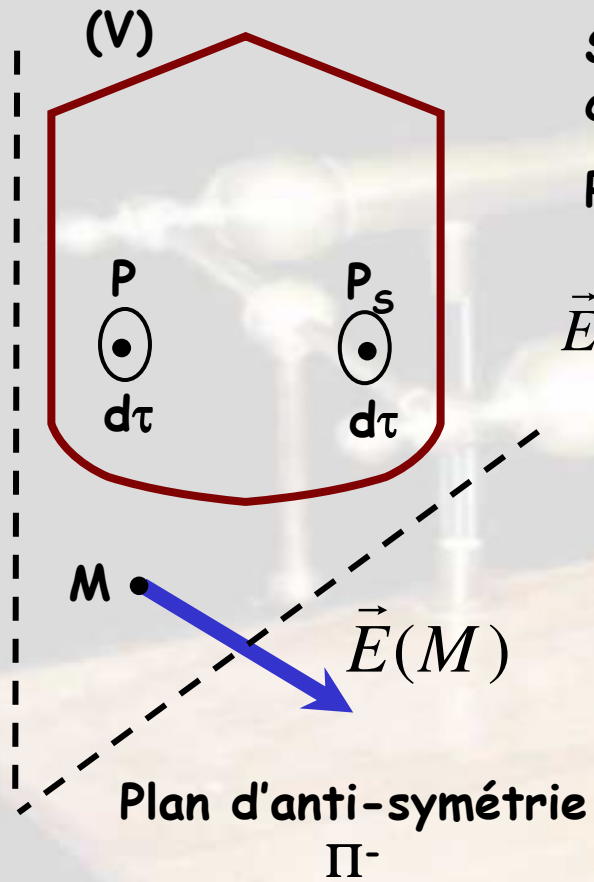
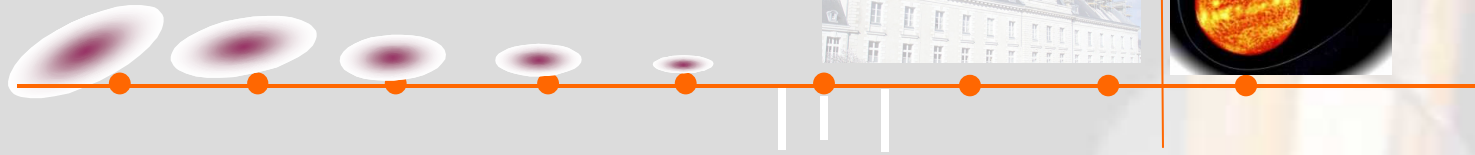




Avec : $\rho(P) = -\rho(P_S)$; $PM = P_S M_S$; $\vec{u}_{P_S \rightarrow M_S} = \text{Sym}_{\Pi^+}(\vec{u}_{P \rightarrow M})$

Il vient : $d\vec{E}_{P_S}(M_S) = -\text{Sym}_{\Pi^-}(d\vec{E}_P(M))$

Par intégration, on déduit : $\vec{E}(M_S) = -\text{Sym}_{\Pi^-}(\vec{E}(M))$



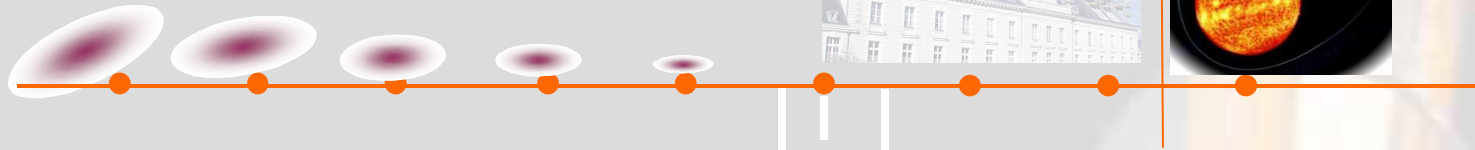
Si M appartient au plan (Π^-) , M et M_s sont confondus.

Par conséquent :

$$\vec{E}(M) = -\text{Sym}_{\Pi^-}(\vec{E}(M)) \quad \text{soit} \quad \vec{E}(M) \perp (\Pi^-)$$

$$M \in (\Pi^-) \Rightarrow \vec{E}(M) \perp (\Pi^-)$$



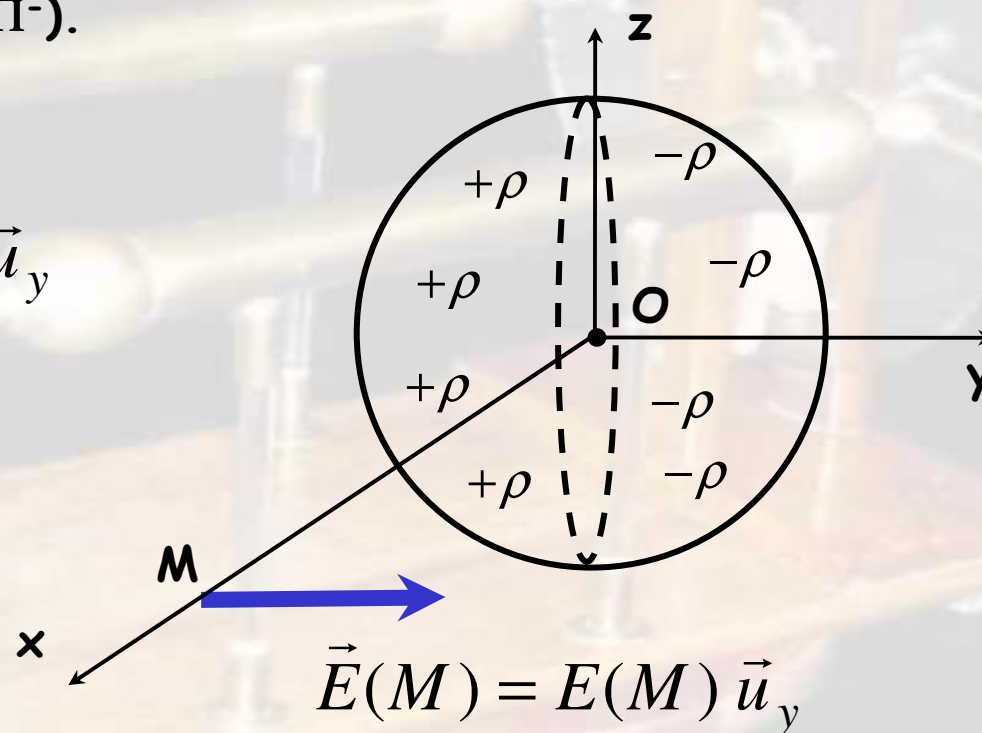


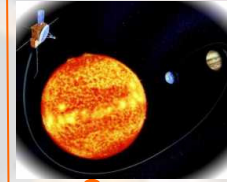
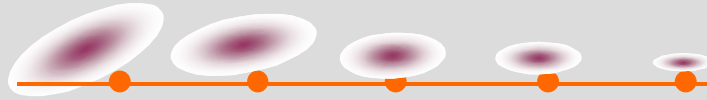
Exemple : deux hémisphères chargés $+\rho$ et $-\rho$

Le plan (Oxz) est un plan (Π^-) .

En tout point de ce plan :

$$\vec{E}(M) = E(M) \vec{u}_y$$

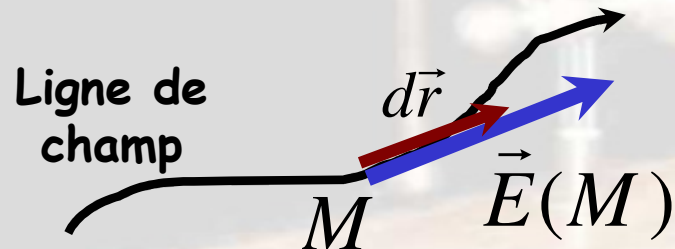




4 - Topographie du champ électrostatique ; lignes de champs et lignes équipotentiels :

Lignes de champs : c'est une ligne de l'espace telle qu'en tout point M de cette ligne, la tangente et le champ E en ce point sont parallèles. Cette ligne est orientée dans le sens du champ.

Le long d'une ligne de champ, un déplacement $d\vec{r}$ est parallèle au champ :



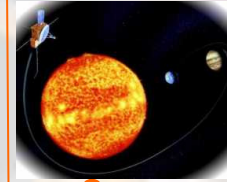
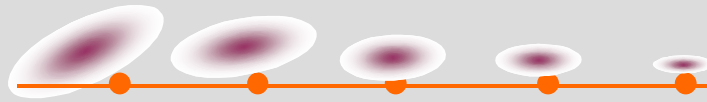
$$\vec{E}(M) // d\vec{r}$$

$$\vec{E}(M) \wedge d\vec{r} = \vec{0}$$

Surfaces équipotentielles : on appelle surface équipotentielle une surface (Σ) sur laquelle le potentiel électrostatique est une constante U_0 :

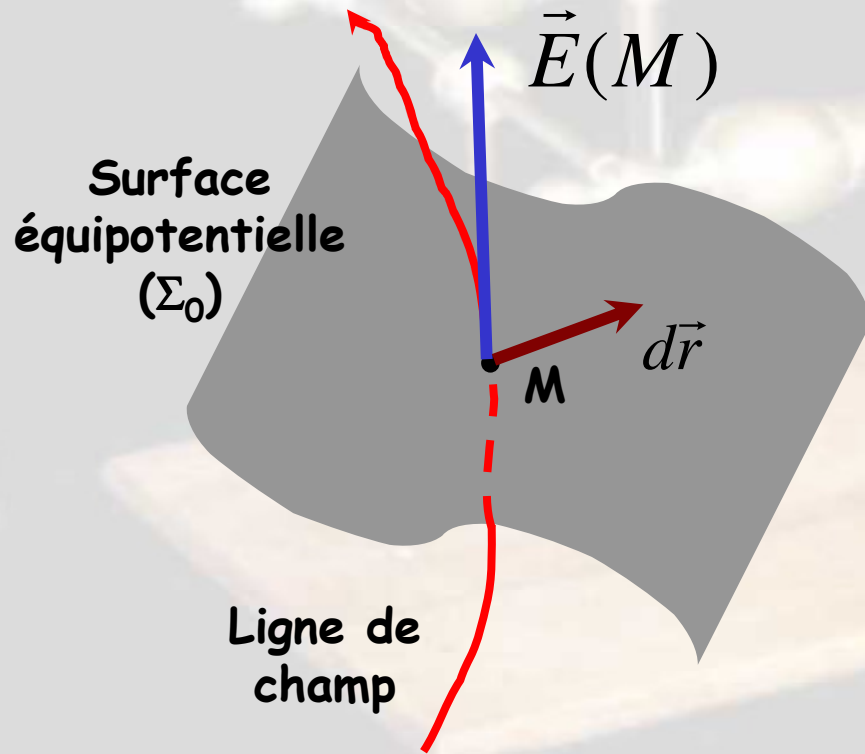
$$U(M) = U_0 \quad \text{pour } M \in (\Sigma)$$





Propriétés des lignes de champs :

* En tout point M d'un domaine où existe un champ électrostatique, la ligne de champ et la surface équipotentielle passant par ce point sont perpendiculaires :



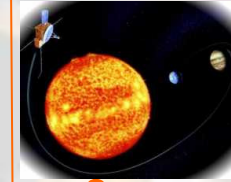
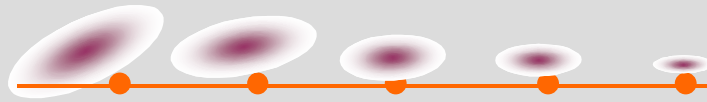
Soit un déplacement $d\vec{r}$ sur la surface équipotentielle (Σ_0) :

$$\vec{E}(M) \cdot d\vec{r} = -dU = 0 \quad (U = \text{cste} = U_0)$$

Par conséquent :

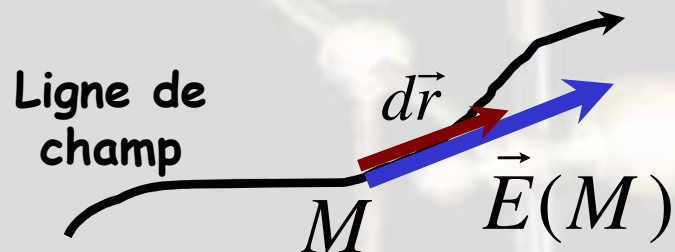
$$\vec{E}(M) \perp d\vec{r} \quad \text{soit} \quad \vec{E}(M) \perp (\Sigma_0) \quad \text{en } M$$





Propriétés des lignes de champs :

- * Les lignes de champs sont orientées selon les potentiels décroissants :



Soit un déplacement $d\vec{r}$ sur la ligne de champ dans le sens positif (donné par le sens du champ) :

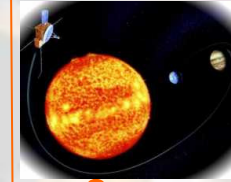
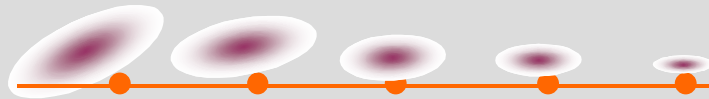
$$\vec{E}(M).d\vec{r} = E(M).dr = -dU$$

Or, $E(M).dr > 0$, par conséquent :

$$dU < 0$$

Une animation java qui permet de tracer des lignes de champs.



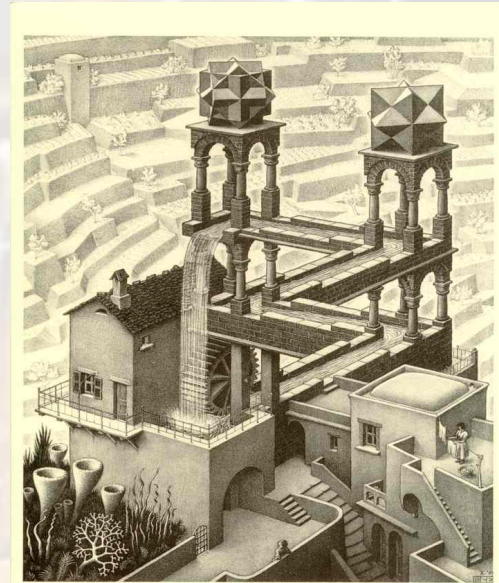


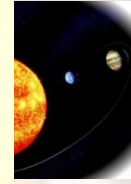
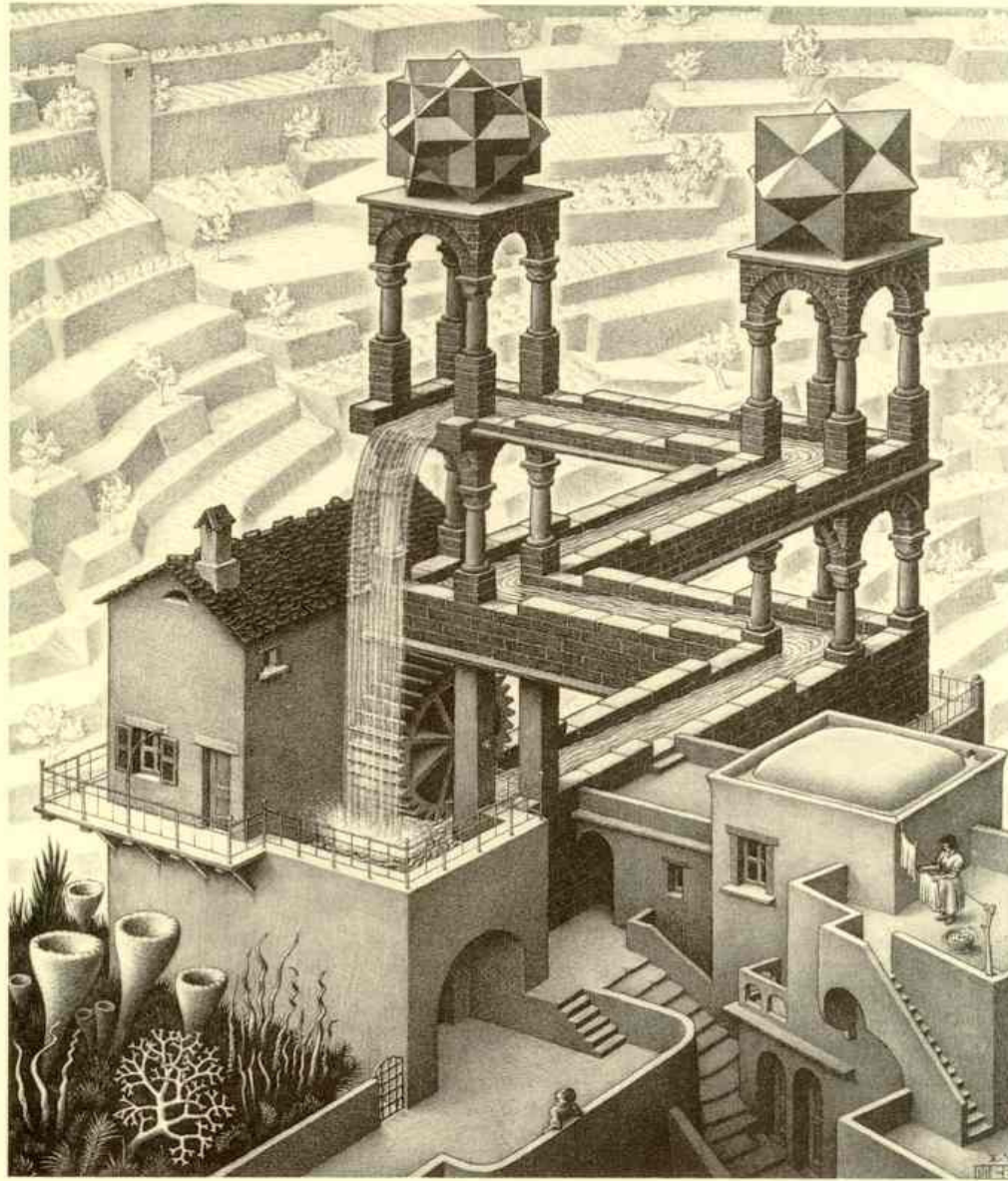
Cartes de champs électrostatiques :

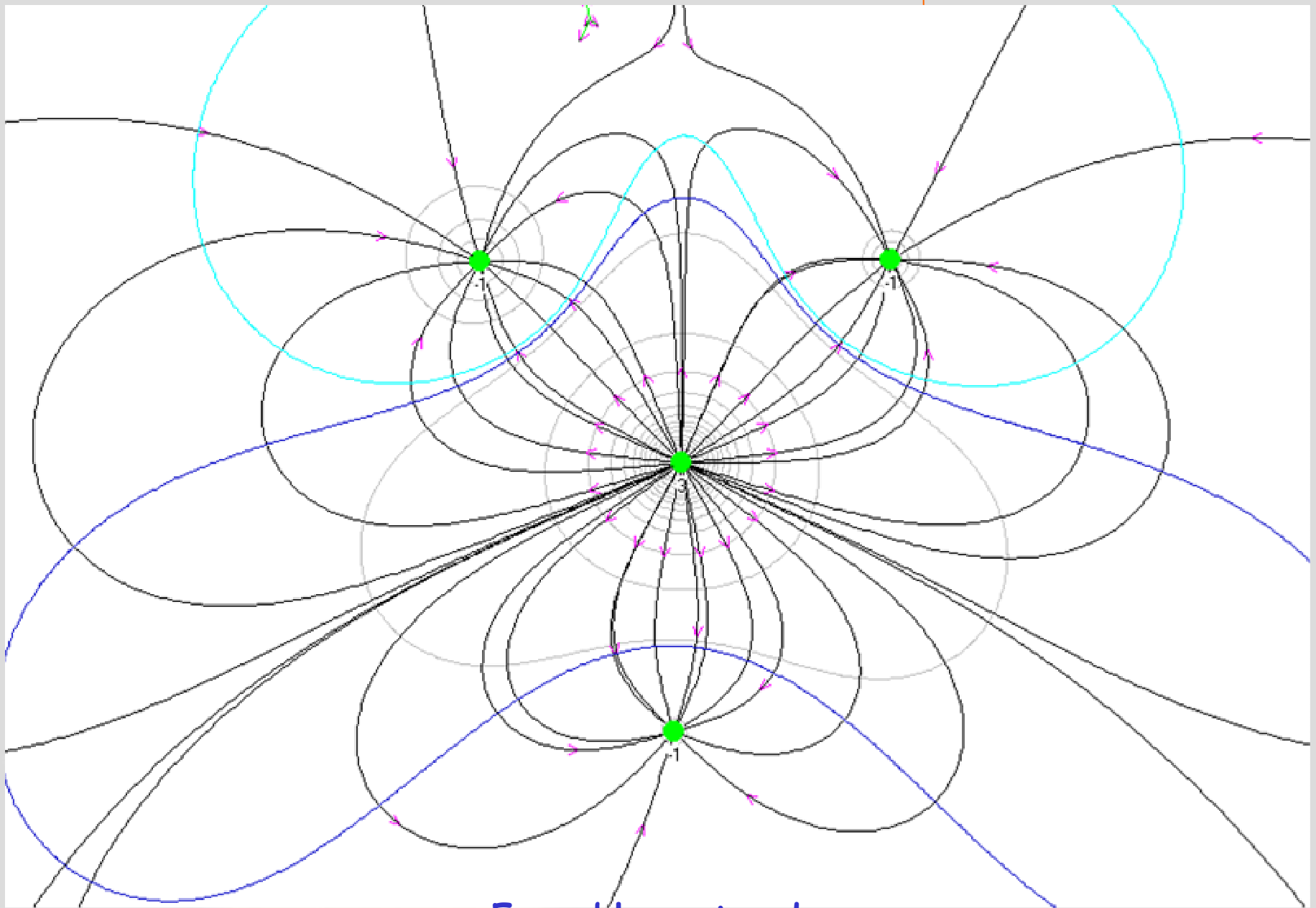
On représente dans le plan de la figure (P) les lignes de champs par des courbes fléchées en traits pleins et les sections par le plan (P) des surfaces équipotentielles par des pointillés (lignes équipotentielles).

Quelques remarques générales :

- Au voisinage d'une charge ponctuelle, la carte de champ correspond à celle d'une seule charge ponctuelle isolée.
- Les lignes de champs sont toutes issues d'une charge positive et se dirigent soit vers l'infini soit vers une charge négative.
- Aucune ligne de champ n'est une ligne fermée.
- Les lignes de champs ne se coupent jamais (sinon le champ aurait 2 directions différentes en un même point).
- Le nombre de lignes qui partent d'une charge ou qui se dirigent vers elle est proportionnel à la grandeur de la charge.

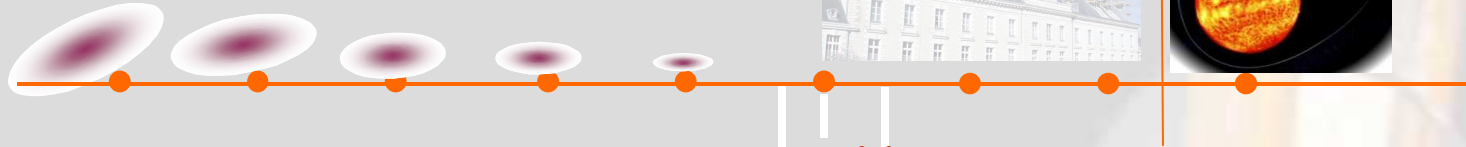






Ensemble neutre de
quatre charges





Exercice : dessiner les lignes du champ créé par deux charges ponctuelles $+ 2q$ et $- q$ (avec $q > 0$).

- ❑ **Symétrie** : les lignes de champs sont symétriques par rapport à la droite joignant les deux charges.
- ❑ **Champ au voisinage immédiat** : au voisinage immédiat d'une charge, les lignes de champs sont radiales et de symétrie sphérique.
- ❑ **Champ en un point éloigné** : très loin des deux charges, la carte de champ doit correspondre à celle d'une charge unique $+ q$; les lignes de champs sont donc radiales et divergentes très loin des charges.
- ❑ **Nombre de lignes** : les lignes partant de $+ 2q$ sont deux fois plus nombreuses que celles qui arrivent en $- q$.



